

# 稻谷颗粒内部水分迁移过程的有限元分析

傅志一 华云龙

(中国农业大学)

**摘 要** 研究稻谷颗粒内部水分的迁移规律, 以求达到较好的烘干效果, 是一个重要的问题。该文研制了可用于空间轴对称湿扩散问题的有限元计算软件, 并用其对描述圆粒、长粒稻谷的3层圆球和椭球两种模型进行计算, 得到了两种模型在干燥、缓苏状态下的湿度及其梯度场随时间变化规律。经分析发现, 烘干温度较低时, 椭球脱湿速度低于圆球, 烘干温度较高时, 两者差异变小。两模型的含水率(干基)及其梯度分布有明显差别。

**关键词** 稻谷 湿度 有限元法 扩散 干燥

水稻是我国的主要粮食作物之一。稻谷具有很强的吸湿性, 收获时的含水率往往是很高的。为了便于保存稻谷, 需要采用不同的干燥手段, 以使其含水率降低到适当的水平。如何以较少的能量消耗, 达到较好的烘干效果, 是长期以来受到人们重视的问题。从节省时间和能量的观点, 应当采用快速烘干的方法。但是高温快速烘干会使谷粒内部产生大的湿度梯度, 相应地会有较大的湿应力(hydro stress), 因而可能导致稻谷颗粒内部产生裂纹(fissure)<sup>[1]</sup>。这些问题要求人们了解在脱湿或吸湿的环境下稻谷(或者是糙米或精米)颗粒内部的水分迁移情况。有限元法作为一种用途广泛、有效的计算方法, 在谷粒湿扩散问题的研究中得到了广泛的应用, 成为研究这一问题的重要手段。使用空间轴对称的有限元模型, 可以灵活地对稻谷颗粒进行模拟, 因而受到了重视。基于上述分析, 本文作了如下工作: 1) 发展一种通用的轴对称湿扩散有限元计算软件; 2) 应用该软件研究3层圆球(圆粒大米)、3层椭球(长粒大米)的湿扩散过程, 分析其湿度梯度变化规律, 讨论烘干温度和缓苏对颗粒内部水分迁移的影响。湿度场计算结果将作为颗粒内部湿应力计算的数据。

## 1 有限元计算模型

### 1.1 控制方程及其初始条件与边界条件

视稻谷颗粒为空间轴对称体, 在内部温度和湿度梯度场及其外部边界条件的作用下, 体内水分以液态扩散形式发生连续的流动迁移。材料的含水率记为 $M$  (质量百分比, 干基)。水分扩散过程的控制微分方程<sup>[2]</sup>,  $D$  为材料的湿扩散系数。

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \nabla \cdot (D \nabla M) \quad (1)$$

在初始时刻, 颗粒内部 $M$  的初值可表示为( $X$  为颗粒内点的坐标)

$$t = 0, M(X, 0) = M_0(X) \quad (2)$$

收稿日期: 1998-09-29 1999-04-12 修订

\* 国家自然科学基金资助项目(19672010)

傅志一, 副教授, 北京市海淀区清华东路 中国农业大学(东校区)材料力学教研室, 100083

人工干燥过程分为通风和缓苏两种工况。通风工况可选用第一类边界条件<sup>[3]</sup>或第三类边界条件<sup>[4]</sup>。

$$t > 0, X = B_1, M(X, t) = M_{B1} \quad (3)$$

$$t > 0, X = B_3, D \frac{\partial M(X, t)}{\partial t} = h[M(X, t) - M_e] \quad (4)$$

其中,  $B_1$  为  $M$  给定的表面,  $M_{B1}$  可取为材料的平衡含水率<sup>[5]</sup>;  $B_3$  为水分的蒸发或交换表面,  $h$  为材料的表面水分交换系数。缓苏过程视颗粒处于绝湿状态。可采用第二类边界条件<sup>[4, 5]</sup>。

### 1.2 有限元公式的建立

对求解域用空间轴对称八节点曲边四边形单元进行离散, 在单元上使用伽辽金法对方程

(1) 建立变分方程, 并以单元形函数作为权函数, 可得

$$\int_V [N]^T [\nabla D \nabla M - \frac{\partial M}{\partial t}] dV = 0 \quad (5)$$

由(5)式得到的时间微分型单元方程为

$$[C] \frac{\partial \{M\}}{\partial t} + [K] \{M\} = \{F\} \quad (6)$$

式中  $[C]$ 、 $[K]$  是单元的容量和扩散矩阵,  $\{M\}$ 、 $\{F\}$  是单元的节点含水率和湿载荷向量, 以  $\Delta t$  为时间步长, 对(6)式进行时间差分, 格式参数  $\theta$  取 0~1, 即

$$\{M\}_{t+\Delta t} - \{M\}_t = \theta \Delta t \frac{\partial \{M\}_{t+\Delta t}}{\partial t} + (1 - \theta) \Delta t \frac{\partial \{M\}_t}{\partial t} \quad (7)$$

将(6)式分别在  $t + \Delta t$  和  $t$  时刻取值后代入(7)式, 经计算得到瞬态湿扩散问题的单元方程为

$$([C] + \theta \Delta t [K]) \{M\}_{t+\Delta t} = ([C] - (1 - \theta) \Delta t [K]) \{M\}_t + \theta \Delta t \{F\}_{t+\Delta t} + (1 - \theta) \Delta t \{F\}_t \quad (8)$$

将(8)式按单元进行求和(组集)后, 可以得到瞬态湿扩散问题的总体方程。对每一时间差分步都要对总体方程使用迭代法求解。

### 1.3 程序的验证

程序使用圆球在第一类边界条件下的解析解<sup>[2]</sup>和有限长圆柱在第一类边界条件下的解析解<sup>[6]</sup>进行了验证, 在计算速度、结果精度和计算效率等方面都达到较高的要求。图 1 是本程序的数值解与圆球解析解<sup>[2]</sup>的比较, 图中的  $M_v$  是颗粒的平均含水率(干基, 百分数)。

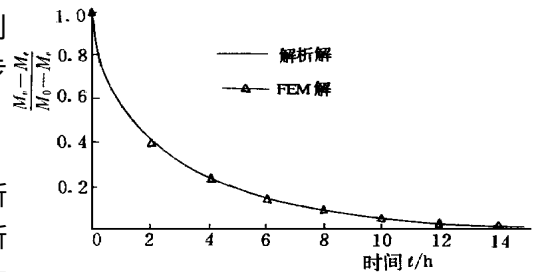


图 1 匀质圆球解析与有限元解的对比

Fig 1 Comparison of analytics and FEM solutions for moisture content of uniform sphere

## 2 稻谷颗粒的计算模型与物理参数

### 2.1 模型的几何描述与单元剖分

使用 3 层圆球模型计算圆粒稻谷颗粒内部  $M$  场, 可以较好地对实际情况进行模拟<sup>[5, 7]</sup>。将稻谷颗粒视为由胚乳、糠皮、稻壳 3 层不同材料构成的圆球体, 它们的等效半径取自文献[3]:  $R_1 = 1.58 \text{ mm}$ ,  $R_2 = 1.66 \text{ mm}$ ,  $R_3 = 1.77 \text{ mm}$ 。3 层旋转椭球模型用来计算长粒稻谷颗粒内  $M$  场, 是对实际情况的更精细模拟<sup>[1, 4]</sup>。3 个外表面的等效短、长半轴取自文献[4]:  $R_{1a} = 1.10 \text{ mm}$ ,  $R_{2a} = 1.15 \text{ mm}$ ,  $R_{3a} = 1.30 \text{ mm}$ ,  $R_{1b} = 2.80 \text{ mm}$ ,  $R_{2b} = 3.00 \text{ mm}$ ,  $R_{3b} = 4.25 \text{ mm}$ 。

根据对称性, 原点取在颗粒中心,  $z$  轴取为颗粒的长轴方向, 使用空间轴对称八节点单元

对颗粒的  $1/4$  域进行剖分, 网格自动生成, 单元畸变小, 经试算收敛性和稳定性都很好。收敛性试算最终确定: 对 3 层圆球模型取 825 节点, 256 单元,  $\Delta t = 1 \text{ min}$ ; 3 层椭球模型 925 节点, 288 单元,  $\Delta t = 1 \text{ min}$ 。此网格与加密一倍的相比, 最大相对误差  $10^{-3}$ 。

## 2.2 材料的物理参数

为使计算结果与文献 [3] 中的计算结果可相互对比, 本节中选用湿扩散系数<sup>[3]</sup>

$$D_i = A_i \exp(-B_i/T) \quad i = 1, 2, 3 \quad (9)$$

其中,  $A_1 = 2.57 \times 10^3$ ,  $A_2 = 7.97 \times 10^5$ ,  $A_3 = 4.84 \times 10^8$ ,  $B_1 = 2880$ ,  $B_2 = 5110$ ,  $B_3 = 7380$ ;  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$  分别为胚乳、糠皮、稻壳的湿扩散系数,  $\text{mm}^2/\text{h}$ ;  $T$  为干燥气流的干球温度, K。因为颗粒内部温度场在很短时间内达到与  $T$  相一致<sup>[3,7]</sup>, 计算中颗粒内部各点温度等于气流温度。材料的平衡含水率取自文献 [3, 7]。

## 3 计算结果与讨论

### 3.1 颗粒的平均含水率 $M_v$

为研究颗粒内部水分迁移过程, 找到提高颗粒脱水效率的依据, 本节对两种模型在 35、55 和 75 三种热风温度下干燥(连续通风)时湿度场进行了计算(图 2)。可见, 温度较高时两模型在  $M_v$  上较为接近, 低温时椭球模型脱湿较慢, 这是因为糠皮、稻壳的湿扩散系数显著低于胚乳, 而椭球模型糠皮、稻壳在两端较厚所致。

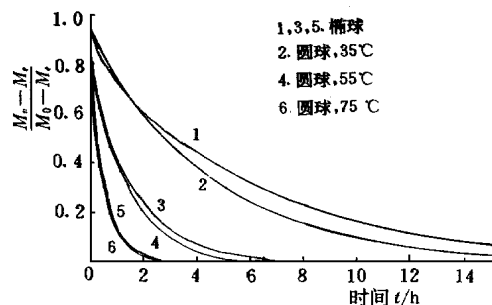


图2 连续干燥对3层圆球模型与3层椭球模型平均含水率的影响

Fig 2 Effect of continuously drying on average moisture content of 3-layer sphere models and ellipsoid models

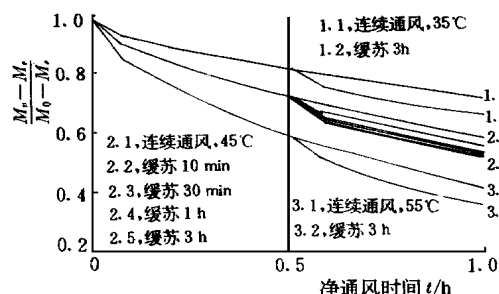


图3 间歇干燥对3层圆球模型与3层椭球模型平均含水率的影响

Fig 3 Effect of intermittent drying on average moisture content of 3-layer sphere models and ellipsoid models

图 3 是两模型在间歇干燥(通风-缓苏-通风模式)工况下  $M_v$  的对比曲线, 从图中曲线可以看出, 两干燥阶段之间的缓苏越充分, 颗粒内部  $M$  分布越平均, 第二次干燥的降水效率越高。充分缓苏所需的时间随温度的升高而缩短。分析曲线 2.2 至 2.5 可以发现, 在热风温度为 45 时, 缓苏 60 min 与 180 min 在效果上差异不大, 而缓苏 10 min 与 30 min 差异明显。

$M_v$  随时间的变化速度在开始(大约 5 min 内)很快, 之后转缓, 脱水速度保持在一个稳定的水平。若单就提高脱水速度而言, 间歇干燥的确是一种行之有效的方法, 此法缩短了通风时间, 显著地降低了能耗。

### 3.2 颗粒中 $M$ 场及其梯度的分析

通过  $M$  场的等高线图可直观地了解颗粒内  $M$  场的分布规律。经对两模型在多种热风温度下的  $M$  场等高线进行分析发现, 椭球模型与圆球模型在干燥中  $M$  场的分布规律很不一致。

圆球模型的等高线族是一组外疏内密的同心圆, 颗粒的降湿速度较慢且较均匀; 椭球模型的  $M$  分布呈现两端高, 腰部较低的“哑铃”形, 这说明长粒稻谷的腰部各点降湿速度更快, 而胚乳部分最容易产生裂纹的形式“爆腰”似与这一速度有关。

图 4 为通风 1.5 h 时的  $M$  场等高线图。图 5 中给出了热风温度为 45℃ 胚乳外表面  $r = R_{1a}, Z = 0$  处连续与间歇通风相对比的  $M$  梯度曲线。可以看到, 间歇干燥过程使稻谷材料承受交变  $M$  梯度的作用, 当将胚乳材料考虑为粘弹性时, 此现象引起的湿应力尤其值得研究。

### 3.3 边界条件的讨论

计算中若直接将  $M_e$  作为第一类边界条件, 会出现在边界点上  $t = 0$  时  $M = M_0$ , 而  $t > 0$  (不论多小) 时立刻变为  $M = M_e$ 。对于玉米, 文献指出<sup>[8]</sup> 应该在一定时间内, 让边值  $M_{B1}$  逐渐趋近于  $M_e$ 。我们可以认为对于稻谷干燥问题, 也应当采用这种形式的边界条件, 即

$$M_{B1} = M_e + (M_0 - M_e) \exp(-kt)$$

这里  $k$  是稻壳的表面湿交换系数。经计算发现, 引用上式只对干燥的初始阶段的  $M$  及梯度有明显影响, 对于  $M_{B1}$  已经趋近  $M_e$  以后影响甚小。

## 4 结束语

1) 本文研制的有限元软件是分析谷物湿扩散过程的有效工具, 可以用于有关问题的研究。

2) 烘干温度较低时, 椭球脱湿速度慢于圆球, 烘干温度较高时, 两者相差不多。不论何时, 两模型的  $M$  分布及其梯度都有明显差别。

3) 应该重视间歇干燥使稻谷材料承受交变湿度梯度作用, 这个问题应进行进一步的研究。

## 参 考 文 献

- 1 N N Sarker Transient moisture gradients in rough rice mapped with finite element model and related to fissures after heated air drying Transactions of the ASAE, 1996(39): 2, 625
- 2 J Crank The Mathematics of Diffusion (Second Edition). Oxford Press, 1975
- 3 J F Steffe, R P Singh Liquid diffusivity of rough rice components Transactions of the ASAE, 1980, 23(3): 767
- 4 C Laguerre etc Modeling per-harvest stress-cracking of rice kernels part II: implementation and use of the model Transactions of the ASAE, 1991, 34(4): 1812
- 5 J F Steffe, R P Singh Theoretical and practical aspects of rough rice tempering Transactions of the ASAE, 1980, 23(3): 775
- 6 M C Ece, A Cihan A liquid diffusion model for drying rough rice Transactions of the ASAE, 1993,

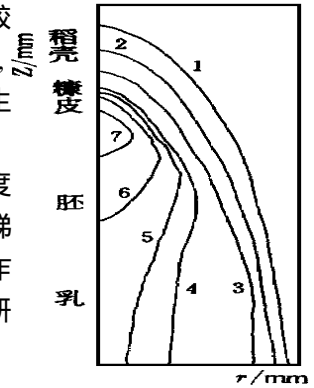


图 4 通风 1.5 h, 等高线 0~7 分别为  $m = 0, 0.0, 0.27, 0.53, 0.71, 0.75, 0.84$ ,  
 $m = (M_v - M_e) / (M_0 - M_e)$

图 4 干燥 0.5 h 后缓苏 1 h 的  $M$  场等高线图

Fig 4 Contour lines of the moisture content

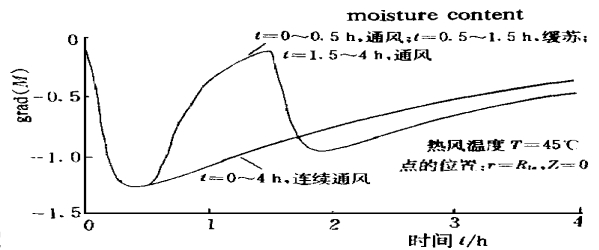


图 5 3 层椭球模型胚乳腰截面外表点含水率梯度曲线  
Fig 5 Gradient of moisture content at the edge of mid-section for 3-layer ellipsoid models

36(3): 837

7 李业波, 曹崇文 稻谷颗粒内部传质及其应用 农业工程学报, 1993, 9(1): 74~ 82

8 K Muthukum arappan, S Gunasekaran Moisture diffusivity of corn kernel components during absorption part I: Gem. Transactions of the A S A E, 1994, 37(4): 1263

## The Analysis of Moisture Diffusion in Rough Rice With Finite Element Method

Fu Zhiyi Hua Yunlong

(China Agricultural University, Beijing, 100083)

**Abstract** The universal software of finite element method was developed for solving water diffusion equations of axisymmetrical body. Using the program, a series of numerical solutions were obtained for the 3-layer sphere models and 3-layer ellipsoid models, which were used to describe short and long grain rice respectively. Those results show that the difference of kernel's desorption rates between the two models become small when drying temperature is high. The distribution of moisture and its gradients in both models during drying was given for different drying procedures. It was suggested that the boundary condition is better modified to incorporate the phenomenon that surface moisture is changing gradually. Moisture gradient in the kernel varies during drying, and the changing of the gradients may cause damage to the kernels.

**Key words** rough rice, moisture, finite element method, diffusion, drying