

# 土壤含水率测量探头特性阻抗的镜象解

郑勤红, 曾 华, 解福瑶

(云南师范大学)

**摘 要:** 在基于驻波比原理的土壤含水率测量仪中, 探头特性阻抗是影响土壤含水率快速、准确和可靠测量的关键参数。基于静电场中的镜象原理, 该文推导出三针、四针土壤含水率测量探头特性阻抗的镜象计算公式。各种规格尺寸下, 该镜象解与高精度边界元法数值解的比较结果表明: 当探头尺寸满足  $D \gg d$  时, 该镜象解与高精度边界元数值解间的相对偏差不大于 0.18%, 可应用于土壤含水率测量仪中。

**关键词:** 土壤含水率; 特性阻抗; 镜象解; 边界元法

中图分类号: S237

文献标识码: B

文章编号: 100226819(2002)0320041204

土壤含水率的实时测量在农业工程中是十分重要的, 也是农业节水灌溉, 科学利用水资源和精细农作技术研究亟待解决的关键问题之一。文献[1]基于无线电工程中的传输线理论, 探讨了一种测量土壤介电常数的新方法, 设计出了一种结构简单, 测量速度快, 可靠性高, 且制造成本低廉的新型土壤含水率测量仪。尽管传输线理论在微波技术中已趋于成熟<sup>[2]</sup>, 但文献[1]中所涉及到的四针探头却尚未见研究报导, 文献[1]从同轴线和双轴线特性阻抗的理论计算公式出发, 利用类比法, 推演出四针探头特性阻抗  $Z_L$  的估算公式为

$$Z_L = \frac{k \sqrt{60}}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln\left(\frac{D}{d}\right) \quad (1)$$

式中  $D$  —— 外导体直径;  $d$  —— 内导体直径;  $\epsilon_r$  —— 传输线内绝缘物质的相对介电常数;  $k$  —— 系数,  $1 < k < 2$ 。并在特定条件下, 通过实验确定出  $k = 1.86$ 。

但式(1)在实际应用中要通过实验才能确定出  $k$  值; 且探头特性阻抗能否准确计算, 直接影响到测量结果的准确性。据此, 本文利用镜象原理, 推导出三针、四针探头特性阻抗的计算公式, 并将计算结果与具有较高计算精度的边界元法数值结果进行比较, 验证本解的正确性, 为土壤含水率测量探头设计提供理论支持。

## 1 探头特性阻抗的镜象解

收稿日期: 2001209203

基金项目: 国家自然科学基金(19961004)、云南省自然科学基金(2001A029M)、云南省中青年学术和技术带头人培养计划资助项目(2000YP16)

作者简介: 郑勤红, 博士, 教授, 昆明市一二一大街 158 号 云南师范大学能源与环境科学学院, 650092

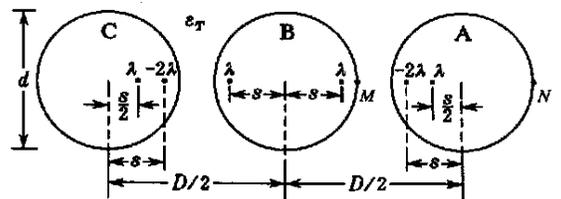


图 1 三针探头的截面示意图

Fig 1 Crosssection of three-needle probe

### 1.1 三针探头的特性阻抗

图 1 所示为三针探头的截面示意图。图中:  $d$  为圆柱导体的直径,  $D/2$  为两圆柱导体间的距离,  $\epsilon_r$  为圆柱导体周围介质的相对介电常数,  $D/2 \gg d$ , 并假设圆柱导体 B 单位长度的带电量为  $2K$  圆柱导体 A、C 单位长度各自的带电量为  $-K$ 。根据镜象原理<sup>[3]</sup>, 在仅考虑一次镜象电荷的条件下, 为保证圆柱导体 A、B、C 的表面为 3 个等位面, 且  $U = U_i$ , 则圆柱导体 A、B、C 的镜象电荷分布应如图 1 所示(图中:  $s = (\frac{d}{2})^2 \ln(\frac{D}{2}) = \frac{d^2}{2D}$ ), 图 1 中 M、N 两点的电位  $U_M$ 、 $U_N$  分别为

$$U_M = \frac{K}{2\pi\epsilon_r\epsilon_r} \ln \left\{ \frac{(\frac{D}{2} - \frac{d}{2} - s)^2 (\frac{D}{2} + \frac{d}{2} - s)^2}{(\frac{D}{2} - \frac{d}{2} - \frac{s}{2})(\frac{D}{2} - s)(\frac{D}{2} + s)(\frac{D}{2} + \frac{d}{2} - \frac{s}{2})} \right\} \quad (2)$$

$$U_N = \frac{K}{2\pi\epsilon_r\epsilon_r} \ln \left\{ \frac{(\frac{d}{2} + s)^2 (\frac{D}{2} + \frac{d}{2} - s)^2}{(\frac{d}{2} + \frac{s}{2})(\frac{D}{2} + \frac{d}{2} - s)^2 (\frac{D}{2} + \frac{d}{2} + s)(\frac{D}{2} + \frac{d}{2} - \frac{s}{2})} \right\} \quad (3)$$

式中  $\epsilon_0$ ——真空中的电容率。

导体圆柱B、A 间的电位差为

$$\$U = U - U = U_1 - U_2 \quad (4)$$

三针探头单位长度的特性阻抗为

$$Z_{3\lambda} = \frac{\sqrt{L_0 E}}{C} = \sqrt{L_0 E \epsilon} \frac{\$U}{2K} \quad (5)$$

式中  $C$ ——电容;  $\epsilon$ ——介质中的电容率;

$L_0$ ——真空中的磁导率。

由  $U_1, U_2$  求出  $\$U$ , 计算式(5) 并将  $s = \frac{d^2}{2D}$  代

入, 略去  $(\frac{d}{D})^3$  以上的高次项(即保留  $(\frac{d}{D})^3$  及其低次项), 可得到三针探头特性阻抗的计算公式。

$$Z_{3\lambda} = \frac{1}{4P\sqrt{\epsilon}} \sqrt{\frac{L_0}{E}} \ln \left\{ \frac{D^3 \left[ \left(1 - \frac{d^2}{D^2}\right)^2 - \frac{d^2}{D^2} \right]^2 \left(1 + \frac{d}{2D}\right) \left(1 + \frac{d}{2D} - \frac{d^2}{4D^2}\right)}{2d^3 \left[ \left(1 - \frac{d^2}{2D^2}\right)^2 - \frac{d^2}{D^2} \right] \left(1 + \frac{d}{2D} - \frac{d^2}{2D^2}\right) \left(1 - \frac{d^2}{D^2}\right)} \right\} \quad (6)$$

当  $(\frac{d}{D}) \ll 1$  (即  $(\frac{D}{d}) \gg 1$ ) 时, 略去式(6) 中的高次项  $(\frac{d}{D})^2$ , 式(6) 变为

$$Z_{3\lambda} = \frac{30}{\sqrt{\epsilon}} \ln \left( \frac{D^3}{2d^3} \right) \quad (7)$$

$$U_1 = \frac{K}{2P\epsilon E} \ln \left\{ \frac{\left(\frac{D}{2} - \frac{d}{2} - s_1\right)^3 \left[\frac{d^2}{4} + \left(\frac{D}{2} - s_1\right)^2 + \left(\frac{D}{2} - s_1\right) \frac{d}{2}\right]^3}{\left[\left(\frac{D}{2} - \frac{d}{2}\right)^2 + s_2^2 - \sqrt{3} s_2 \left(\frac{D}{2} - \frac{d}{2}\right)\right] \left(\frac{d}{2} - s_1\right) \left(\frac{d^2}{4} + s_1^2 + s_1 \frac{d}{2}\right) x_1} \right\} \quad (8)$$

$$\text{(式中: } x_1 = \left[ \left(\frac{D}{2} - \frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}D}{2} - s_2\right)^2 - \sqrt{3} \left(\frac{D}{2} - \frac{d}{2}\right) \left(\frac{\sqrt{3}D}{2} - s_2\right) \right] \left[ \frac{\sqrt{3}D}{4} - s_2 + \left(\frac{D}{4} + \frac{d}{2}\right)^2 \right])$$

$$U_2 = \frac{K}{2P\epsilon E} \ln \left\{ \frac{\left(\frac{d}{2} - s_1\right)^3 \left[\left(\frac{D}{2} - \frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{D}{2} - s_1\right)^2 + \left(\frac{D}{2} - \frac{d}{2}\right) \left(\frac{D}{2} - s_1\right)\right]^3}{\left(\frac{d^2}{4} + s_2^2 - \sqrt{3} s_2 \frac{d}{2}\right) \left[\frac{d^2}{4} + \left(\frac{\sqrt{3}D}{2} - s_2\right)^2 - \sqrt{3} \left(\frac{\sqrt{3}D}{2} - s_2\right) \frac{d}{2}\right] x_2} \right\} \quad (9)$$

$$\text{(式中: } x_2 = \left(\frac{D}{2} - \frac{d}{2} - s_1\right) \left[s_1^2 + \left(\frac{D}{2} - \frac{d}{2}\right)^2 + s_1 \left(\frac{D}{2} - \frac{d}{2}\right)\right] \left[ \left(\frac{\sqrt{3}D}{4} - s_2\right)^2 + \left(\frac{3D}{4} - \frac{d}{2}\right)^2 \right])$$

令  $(\frac{D}{d}) = x$ , 则导体圆柱A、B 间的电位差为

$$\$U = U - U = U_1 - U_2 \quad (10)$$

四针探头单位长度的特性阻抗为

$$Z_{4\lambda} = \frac{\sqrt{L_0 E}}{C} = \sqrt{L_0 E \epsilon} \frac{\$U}{3K} \quad (11)$$

将  $s_1 = \frac{d^2}{2D}, s_2 = \frac{d^2}{2\sqrt{3}D}$  代入(8)、(9) 两式, 略去

$(\frac{d}{D})^3$  以上的高次项, 进行简化计算  $\$U$ , 代入式(11)

可导出四针探头特性阻抗的计算公式。

## 1 2 四针探头的特性阻抗

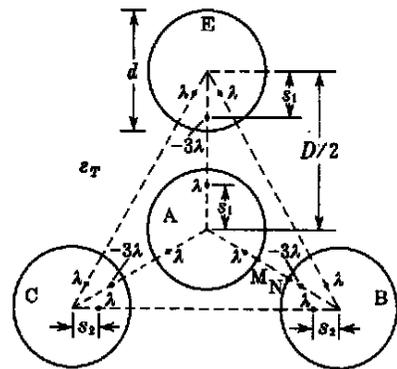


图2 四针探头的截面示意图

Fig. 2 Cross section of four wire probe

图2 所示为四针探头的截面示意图。图中:  $d$  为圆柱导体的直径,  $D$  为最相近的两根圆柱导体间的距离,  $\epsilon_r$  为圆柱导体周围介质的相对介电常数,  $D > 2$ , 并假设圆柱导体A 单位长度的带电量为  $3K$  圆柱导体B、C、E 单位长度各自的带电量为  $-K$  在图2 中, 根据镜象原理<sup>[3]</sup>, 在仅考虑一次镜象电荷的条件下, 为保证圆柱导体A、B、C、E 的表面为3 个等位面, 且  $U_A = U_B = U_C = U_E$ , 则圆柱导体A、B、C、E 的镜象电荷分布应如图2 所示(图中:  $s_1 = \frac{d^2}{2D}, s_2 = \frac{d^2}{2\sqrt{3}D}$ ), 图2 中M、N 两点的电位  $U_M, U_N$  分别为

当  $(\frac{D}{d}) \gg 1$  (即  $(\frac{D}{d}) \gg 1$ ) 时, 略去式(11) 中的高次项  $(\frac{d}{D})^2, (\frac{d}{D})^3$ , 可得

$$Z_{4\lambda} = \frac{20}{\sqrt{\epsilon}} \ln \left( \frac{D^4}{3d^4} \right) = - \frac{20}{\sqrt{\epsilon}} \ln 3 + \frac{80}{\sqrt{\epsilon}} \ln \left( \frac{D}{d} \right) \quad (12)$$

将式(1) 与式(12) 比较可知, 只有当  $(\frac{D}{d}) \gg 1$  时, 四针探头的特性阻抗才能表达为

$$Z_{4\lambda} = \frac{Z_{40}}{\sqrt{\epsilon}} + \frac{k_1 - 60}{\sqrt{\epsilon}} \ln \left( \frac{D}{d} \right) \quad (13)$$

所以式(1) 不仅只有当  $(\frac{D}{d}) \gg 1$  时才能成立, 而且需

要修改成如式(13)的形式。

## 2 镜像解与边界元结果比较

笔者在文献[4, 5]中曾专题研究过用边界元法计算三针、四针探头特性阻抗这类特殊静电场边值

问题, 为验证本镜像解的正确性, 表 1、表 2 中列出了  $\epsilon = 1.0$  时(空气中), 镜像解和边界元法的数值结果(表中的相对偏差 =  $100 \times \beta$  镜像解 - 边界元结果  $\beta$  边界元结果)。

表 1 三针探头的特性阻抗

Table 1 Characteristic impedance of three-wire probe

8

$D/d$	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0
边界元	69.48	85.92	99.46	111.08	121.25	138.52	152.91	165.24	176.07	185.69
式(6)	68.01	85.11	98.98	110.76	121.03	138.43	152.87	165.25	176.09	185.74
相对偏差 $\beta\%$	2.11	0.94	0.48	0.29	0.18	0.07	0.03	0.00	0.01	0.03
式(7)	78.08	91.95	103.97	114.57	124.06	140.46	154.34	166.36	176.96	186.44
相对偏差 $\beta\%$	12.33	6.98	4.50	3.14	2.32	1.40	0.94	0.68	0.51	0.40

表 2 四针探头的特性阻抗

Table 2 Characteristic impedance of four-wire probe

8

$D/d$	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0
边界元	56.79	71.62	83.89	94.38	103.60	119.16	132.08	143.13	152.81	161.42
式(11)	56.11	71.41	83.83	94.39	103.60	119.18	132.10	143.16	152.84	161.45
相对偏差 $\beta\%$	1.19	0.30	0.07	0.01	0.00	0.01	0.01	0.02	0.02	0.02
式(12)	65.92	78.25	88.93	98.35	106.78	121.67	133.70	144.38	153.81	162.23
相对偏差 $\beta\%$	16.07	9.26	6.01	4.21	3.07	1.85	1.23	0.88	0.65	0.50

由表 1、表 2 可见, 对于三针探头, 当  $D/d = 5$  时, 镜像解(式(6))与边界元数值解间的最大相对偏差不大于 0.18%; 对于四针探头, 当  $D/d = 5$  时, 镜像解(式(11))与边界元数值解间的最大相对偏差不大于 0.02%, 亦即, 无论三针探头还是四针探头, 当  $D/d = 5$  时, 本文保留  $(d/D)^3$  及其低次项的镜像解与边界元数值解间的最大相对偏差不大于 0.18%。对于仅保留  $d/D$  一次项的镜像解, 即使当  $D/d = 10$  时, 镜像解与边界元数值解间的相对偏差仍在 0.5% 左右。

## 3 结 论

本文基于静电场中的镜像原理, 在仅考虑一次镜像电荷的条件下获得了三针、四针探头特性阻抗的计算公式。由镜像原理可知<sup>[3]</sup>, 仅由一次镜像解的条件是只有当  $D/d$  大到一定程度时, 才能保证所需的计算精度, 本镜像解与边界元数值结果的比较显示出: 当  $D/d = 5$  时, 本文保留  $(d/D)^3$  及其低次项的镜像解与边界元数值解间的最大相对偏差不大于 0.18%。在电磁场的各种数值解中, 边界元法的计算精度是最高的<sup>[6]</sup>, 这表明: 对于三针、四针探头,

当  $D/d = 5$  时(一般探头的尺寸均能满足该条件), 本文所获得的保留  $(d/D)^3$  及其低次项的镜像解具有较高的计算精度, 可作为三针、四针探头特性阻抗的解应用于土壤含水率测量仪中; 文献[1]中所提出的特性阻抗估算公式, 其计算精度远低于本文的镜像解。

### [参 考 文 献]

- [1] 孙宇瑞, 汪懋华, 赵燕东. 一种基于驻波比原理测量土壤介电常数的方法[J]. 农业工程学报, 1999, 15(2): 37~41.
- [2] 黄志洵, 王晓金. 微波传输线理论与实用技术[M]. 北京: 科学出版社, 1996.
- [3] 黄礼镇. 电磁场原理[M]. 北京: 高等教育出版社, 1985.
- [4] 郑勤红, 解福瑶, 钱双平等. 用边界元法计算特殊静电场问题[J]. 电机与控制学报, 1997, 1(3): 164~166.
- [5] 郑勤红, 解福瑶, 钱双平等. 用边界元法计算含有电位悬浮导体的静电场问题[J]. 电工电能新技术, 1998, 17(2): 10~13.
- [6] 盛剑霓. 工程电磁场数值分析[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1991.

## A Solution to Characteristic Impedance of the Measuring Probe of Soil Water Content

Zheng Qinhong, Zeng Hua, Xie Fuyao

(School of Energy and Environment Science, Yunnan Normal University, Kunming 650092, China)

**Abstract:** The characteristic impedance of the probe is critical to determine soil water content for the measuring instrument based on the principle of standing wave ratio. In this paper, solution to the characteristic impedance of three-wire and four-wire probes are derived by image method. The results of the image method solution are compared with the reliable data obtained by boundary element method. It was shown that the image method solution can be used in calculating the probe characteristic impedance when ( $D \ll d$ )

5

**Key words:** soil water content; characteristic impedance; image method solution; boundary element method

### 2002 农业与生物系统工程科技、教育发展战略论坛第二轮通知

#### Forum on Agricultural & Biosystem Engineering Development Strategy (FABEDS- 2002) Second Announcement

为了充分准备开好“2002 农业与生物系统工程科技与教育发展战略论坛暨第五次全国农业工程类学科专业教学改革学术研讨会”，会议组织者于 2002 年 3 月 2 日在中国农业大学召开了筹备工作会议，进一步确定了会议的主题和内容、大会报告和论文征集的学科领域、会议的时间和组织等问题。现将有关事项通知如下：

#### 一、会议主题报告和论文征集的内容及学科领域

1、中国农业科技发展战略；2、中国农业机械化发展问题；3、农业工程与可持续发展；4、水资源保护与利用；5、设施农业；6、农业工程与西部开发；7、农产品加工与食品工程；8、农业资源与环境；9、农业信息工程；10、农业与食品工程教育

#### 二、会议日期及安排

1、会议日期 2002 年 6 月 24~ 30 日

#### 2、时间安排

6 月 24 日(星期一) 报到

6 月 25 日(星期二)

上午: 开幕式、主题报告 下午: 大会发言

6 月 26 日(星期三) 全天大会发言

6 月 27 日(星期四) 上午: 分组讨论

下午: 参观杨凌农业高新技术示范园区和西北农林科技大学

6 月 28~ 30 日(星期五~ 星期日) 参观考察黄土高原旱作节水农业及延安革命圣地

#### 三、会议征文

1、论文打印格式见附页，可用中、英文撰写；

2、提交论文摘要和会议回执时间: 2002 年 4 月 5 日前

3、论文截止时间: 2002 年 5 月 20 日

4、会议论文将在开会前以论文集形式印刷装订

#### 四、会议工作语言 汉语

五、会议收费 会务和论文集费 500 元，交通食宿费自理，考察费待定。

#### 六、会议联系

#### 1、国内

郭康权 杨中平(西北农林科技大学机电学院)

Te: 02927092390, 7092391, Fax: 02927092390

E-mail: jdyz@nwsuaf.edu.cn,

Guokq01@public.xa.sn.cn

蔡焕杰 辛全才(西北农林科技大学水建学院)

Te: 02927091727, 7092334, Fax: 02927091729

E-mail: Huanjie@163.net

#### 2、国外

Naiqian Zhang (张乃迁) (Kansas State University)

Te: 785253222910 Fax: 785253225825

Email: zhangn@ksu.edu

Xiusheng Yang (杨秀生) (University of Connecticut)

Te: 860248620135 Fax: 860248625408

Email: xiusheng.yang@uconn.edu

(学会秘书处)