

## 基于图像分析的杂草分形维数计算

李志臣, 姬长英\*

(南京农业大学工学院, 南京 210031)

**摘要:** 介绍了分形维数的理论计算公式和试验公式, 分析了计盒维数的计算方法, 运用 Matlab 软件设计了图像的处理和基于图像的计盒维数的计算程序。随机地选择了 4 种双子叶杂草和两种单子叶杂草共 6 种杂草作为研究对象, 运用自行设计的程序分别计算了杂草叶的 RGB 三色图像的分形维数并以其平均值作为杂草叶的分形维数。研究结果表明该文给出的分形维数的计算方法可靠; 研究结果也验证了杂草叶具有分形特征; 研究结果还说明不同种类的杂草, 其叶的分形维数明显不同, 可以用分形维数为特征参数识别杂草。

**关键词:** 杂草识别; 图像分析; 分形维数; 计盒维数; 计算方法

**中图分类号:** S5-053; TP242.62; TP391.4

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1002-6819(2006)11-0175-04

李志臣, 姬长英. 基于图像分析的杂草分形维数计算[J]. 农业工程学报, 2006, 22(11): 175-178.

Li Zhichen, Ji Changying. Calculation of weed fractal dimension based on image analysis[J]. Transactions of the CSAE, 2006, 22(11): 175-178. (in Chinese with English abstract)

### 0 引言

自 Benoit B. Mandelbrot 在 1975 年正式提出分形理论以来, 已经被广泛地应用或研究于各学科领域。Tyler 和 Wheatcraft<sup>[1]</sup>用分形方法估计土壤水分特征曲线; 冯斌, 汪懋华<sup>[2]</sup>通过对色度在水果表面分布的分形维数为特征建立了人工神经网络识别分级模型, 正确率高达 95%; Richard P. Taylor et al<sup>[3]</sup>用分形理论对 Pollock 的水彩画进行了研究, 认为他的画符合分形规律, 在验证作品的真伪和确认 Pollock 的作品时间方面, 分形分析被认为是一个定量的、客观的技术; David A. Egolf et al<sup>[4]</sup>将分形理论用于高维系统的时空混沌方面的研究, 用分形维数来度量动力系统的复杂性; 许多植物生态学专家利用分形理论对植物群落的格局以及植被空间异质性进行研究并取得了满意的结果。总之, 分形几何比传统几何能在更深层次上描述、研究和分析那些自然界中普遍存在的杂乱无章的、不规则的、随机的自然现象<sup>[5]</sup>。

分形维数是分形几何理论中最重要基本概念之一, 关于分形维数的定义, 主要包括 Hausdorff 维数、信息维数、关联维数、计盒维数、相似维数等。Hausdorff 维数是分形几何理论的基础, 可以说分形几何的理论体系是建立在这一基础之上, 但是 Hausdorff 维数只适合分形几何的理论推导, 只能通过分析的方法获得一小类规则的纯数学分形的 Hausdorff 维数, 它很难解决实际应

用中的分形维数的计算问题。所以人们提出了计盒维数的概念<sup>[6]</sup>。

高等植物是构件生物, 是构件不断地生长增加而形成的<sup>[7]</sup>。杂草是构件生物亦是其构件如: 叶、芽、枝、花、根的反反复复不断地生长增加而形成的。杂草类植物的形态结构具有自相似特征, 并形成一个等级系列, 叶是这个等级系统的最小分辨尺度, 故可以用叶的分维来刻画分形体各尺度上特征的共性, 揭示杂草植物构件本质特征。

本文应用分形几何理论对随机挑选的 6 种常见杂草叶的分形特征进行了研究, 通过获得不同种类杂草的较高精度的数字照片, 用图像分析的方法进行二值化处理, 计算了杂草叶子的计盒分形维数, 目的是研究杂草的自相似性, 并利用分形维数作为特征参数进行杂草的分类, 从而为杂草识别提供了新的思路和方法。

### 1 分形维数的计算原理和方法。

#### 1.1 分形曲线的长度公式法

利用分形曲线的欧氏长度的理论公式  $L_E = L_{0E}\epsilon^{1-D}$  求分形维数  $D$ , 公式中  $L_E$  为欧氏长度,  $L_{0E}$  为初始操作长度,  $\epsilon$  为分形曲线的标度, 是一个无量纲量。由此理论公式所确定的试验测量公式

$$D = \frac{\sum_{j=1}^n \lg(L_{Ej}/\delta_j) \lg(L_{0E}/\delta_j)}{\sum_{j=1}^n [\lg(L_{0E}/\delta_j)]^2}$$

公式中  $L_{Ej}$  是第  $j$  此以测量码尺  $\delta_j$  测得的分形曲线的欧氏长度。因为分形曲线具有结构层次, 所以只有当  $n$  进入到一定的结构层次后,  $D$  值才能趋于稳定。

#### 1.2 周长 - 面积关系法

Feder 等人给出了规整几何图形中的周长 - 面积的理论公式

$$P^{1/D} = \alpha_0 A^{1/2} \quad \text{或者} \quad P_E^{1/D} = \alpha_0 \delta^{(1-D)/D} A^{1/2}$$

收稿日期: 2005-09-06 修订日期: 2006-05-05

基金项目: 江苏省农机局、南京农业大学工学院科研启动基金资助 (GXZ05003)

作者简介: 李志臣, 男, 山东日照人, 博士研究生, 讲师, 主要从事农业工程相关研究。南京 南京农业大学工学院, 210031。

Email: lizhen6914@sina.com

\*通讯作者: 姬长英, 教授, 博士生导师, 主要从事农业工程相关研究。南京 南京农业大学工学院, 210031。Email: chyji@sohu.com

式中  $P$ ——豪斯道夫长度;  $P_E$ ——欧氏长度。由此理论公式所确定的试验测量公式:

假定有  $k$  个几何图形, 第  $j$  个图形用  $n$  个码尺  $\delta_{ij}$  测得周长  $P_{Eij}$  和面积  $A_{Eij}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, k$ 。则分形维数的试验测量公式

$$D = \frac{\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^n \lg \alpha_{0ij} \lg (P_{Eij} / \delta_i) + \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^n \lg (P_{Eij} / \delta_i) \lg (A_{Eij}^{1/2} / \delta_i)}{\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^n [\lg \alpha_{0ij} + \lg (A_{Eij}^{1/2} / \delta_i)]^2}$$

形状因子由下式求得

$$\alpha_0 = 10^{A/D}$$

### 1.3 计盒维数法

理论公式

$$D_0 = - \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\lg N(\delta)}{\lg(\delta)} \quad \text{或} \quad D_1 = - \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\sum_{j=1}^n P_j \lg p_j}{\lg \delta}$$

式中  $D_0$ ——豪斯道夫维数;  $D_1$ ——信息维数, 二者在等概率条件下是等价的;  $N(\delta)$ —— $\delta$ —覆盖图形的个数;  $P_j$ ——分形集的元素属于覆盖图形的概率, 由此理论公式所确定的试验测量公式

$$D = \frac{\sum_{k=1}^m \lg \left( \sum_{i,j=1}^{n \times n} N_{ij} \right) \lg \delta_k}{\sum_{k=1}^m \lg \delta_k^2}$$

式中  $N_{ij}$ ——取定  $\delta_k$  后计算的每个小方格中的像元数(分形图形中的元素个数), 计算时引入计数函数:

$$= \begin{cases} 1; & \text{有分形像} \\ 0; & \text{无分形像} \end{cases}$$

计盒维数法是测定分形生长、特别是二维随机生长图形的分形维数的一种常用方法, 随机分形在自然界中大量存在, 所以这种试验方法具有普适性<sup>[8]</sup>, 但是当图像的分形维数很高时很可能会低估图像的分形维数<sup>[9]</sup>。具体的计算机算法如下:

1) 将图像矩阵二值化。即矩阵的元素值要么等于 1, 要么等于 0。

2) 矩阵分块。把矩阵分成若干块, 每块的行 = 列 =  $K$  ( $K = 1, 2, 4, \dots, 2^i$ ), 从而把矩阵分成了  $2^i \times 2^i$ ,  $2^{i-1} \times 2^{i-1}$ ,  $2^{i-2} \times 2^{i-2}$ ,  $\dots$ ,  $2^1 \times 2^1$ ,  $2^0 \times 2^0$  块。  $2^i \leq$  图像长度。

3) 计算像元数。计算图像矩阵中包含 1 的块的个数, 并记做  $N_K$ , 从而得到一系列数值  $N_1, N_2, \dots, N_{(i+1)}$ 。从而得到  $(i+1)$  对数据  $(K, N_K)$ 。

4) 曲线拟合。用最小二乘法拟合  $(-\log K, \log N_K)$ , 则求得一直线。

5) 计算叶片分形维数。计算拟合得到的直线的斜率, 叶片的分形维数等于该直线的斜率。

## 2 图像的处理

### 2.1 图像的获取

田间随机采得杂草叶片, 立即放置于白颜色的纸上

面, 用 Olympus N438 数码照相机拍摄, 见图 1 和图 2, 图像的像素为  $480 \times 640$ 。

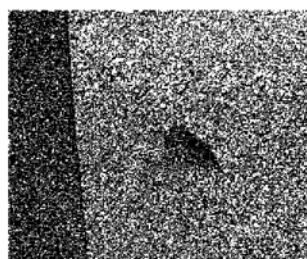


图 1 相机拍摄的  
田麻杂草图像

Fig. 1 Image of Corchoropsis  
acquired by digital camera



图 2 相机拍摄的  
马唐杂草图像

Fig. 2 Image of Digitaria  
acquired by digital camera

### 2.2 图像的裁剪

从图 1 可以看出背景较为复杂, 不易进行二值化处理, 但所感兴趣的是图像及其周围背景中白色区域, 因此将这一区域裁剪出来便于后续处理。裁剪后的图像见图 3 和图 4。

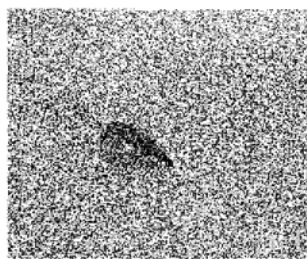


图 3 裁剪后的  
田麻杂草图像

Fig. 3 Image of Corchoropsis  
after cutting out

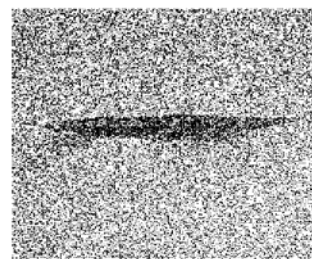


图 4 裁剪后的  
马唐杂草图像

Fig. 4 Image of Digitaria  
after cutting out

### 2.3 图像的二值化

计算如图 3 和图 4 所示的图像的 RGB 各个分量的灰度直方图, 如果叶片和背景的灰度直方图呈明显的双峰状, 把双峰间的中值作为图像二值化的阈值, 如果叶片和背景没有呈现出明显的双峰状, 可以采用试探法确定图像二值化的阈值, 灰度值小于阈值的像素值置 1, 灰度大于阈值的像素值置 0。二值化后的图像见图 5 和图 6, 一般而言 RGB 3 个分量的阈值略有不同。



图 5 二值化后的  
田麻杂草图像

Fig. 5 Image of Corchoropsis  
after binary treatment



图 6 二值化后的  
马唐杂草图像

Fig. 6 Image of Digitaria  
after binary treatment

## 2.4 图像背景的扩大

如图 5 和图 6 所示的图像的像素数不是 2 的指数倍, 不便于进行图像矩阵的分块处理, 因此需要将图像的背景扩大使整张图像的像素数是 2 的指数倍, 这样做并不影响和改变叶片的分形维数值。扩大后的图像见图 7 和图 8。

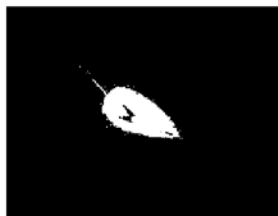


图 7 背景扩大后的  
田麻杂草图像  
Fig. 7 Image of  
Corchoropsis after  
enlarging background



图 8 背景扩大后的  
马唐杂草图像  
Fig. 8 Image of Digitaria  
after enlarging  
background

## 3 程序框图

基于图像的分形维数计算的程序框图如图 9 所示, 用 Matlab 编写了图像处理和分形维数计算的程序。

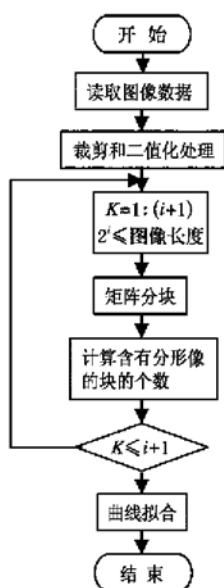


图 9 分形维数计算的程序框图  
Fig. 9 Flowchart of the program for  
calculation of fractal dimension

## 4 数据结果和讨论

### 4.1 结果分析

本文共随机选择了 6 种杂草, 其中双子叶杂草 4 种, 分别是: 田麻、牵牛、水花生和苘草; 单子叶杂草两种分别是: 马唐和莎草。每种杂草取 4 个不同的叶片图像、每个叶片分别计算 RGB 3 个分量的分形维数, 然后再求平均值并对结果进行了方差分析。田麻 4 个不同叶片

的 RGB 3 个不同分量的分形维数如表 1 所示, 其方差分析如表 2 所示, 其它 5 种杂草叶子 RGB 3 个不同分量的分形维数也基本一致, 6 种杂草不同叶片的分形维数如表 3 所示, 其方差分析如表 4 所示。

表 1 田麻叶片 RGB 分量的分形维数

分量	叶 1 维数	叶 2 维数	叶 3 维数	叶 4 维数
R	1.2511	1.2822	1.3021	1.3718
G	1.2564	1.2897	1.3064	1.3712
B	1.2562	1.2891	1.3032	1.3735

表 2 田麻叶片 RGB 分量的分形维数的方差分析

方差来源	离差平方和	自由度	F 值	临界值
$S_A$	4.1182E-05	2		
$S_E$	0.02216051	9	0.008363	4.29
$S_T$	0.02220169	11		

表 3 6 种杂草叶片的分形维数

杂草	叶 1 维数	叶 2 维数	叶 3 维数	叶 4 维数	平均值	最小值	最大值
莎草	1.1861	1.0727	1.1294	1.1293	1.1294	1.0727	1.1861
马唐	1.2987	1.2911	1.2605	1.2835	1.2835	1.2605	1.2987
田麻	1.2546	1.2869	1.3039	1.3721	1.3044	1.2546	1.3721
水花生	1.4117	1.4577	1.4349	1.5502	1.4636	1.4117	1.5502
苘草	1.5993	1.5378	1.6562	1.5907	1.5960	1.5378	1.6562
牵牛	1.6514	1.7266	1.612	1.6504	1.6601	1.612	1.7266

表 4 不同杂草叶片分形维数的方差分析

方差来源	离差平方和	自由度	F 值	临界值
$S_A$	0.82341937	5		
$S_E$	0.03962497	18	74.8091	2.77
$S_T$	0.86304434	23		

### 4.2 结论和讨论

1) 本研究表明运用图像分析方法可更准确地进行杂草叶的分形特征研究, 而且便于操作, 易于推广, 为该项研究提供了新的思路和方法。文中设计的程序不仅对图像的处理非常有效, 对于任意一个具有分形特征图像, 均可以运用文中所提出的算法计算其分形维数, 并且按照这种方法计算得到的分形维数是较为精确的。

2) 表 1 中彩色用图像的 RGB 三个分量计算的分形维数差别很小和表 2 中 F 值远远地小于临界值的这一结果表明, 只要图像的二值化处理过程中阈值取得恰当, 利用彩色图像的 RGB 三个分量中的任意一个进行分形维数的计算都可以得到比较准确而且几乎相同的分形维数, 并且其中的任一个都可代表杂草叶片的分形维数。

3) 不同大小和长势的叶片的分形维数几近相同, 说明杂草具有明显的自相似特征, 这也就验证了杂草是

构件生物从而具有分形特征的假设,为用计算机模拟杂草的生长过程提供了一种新的方法。

4) 表 3 的结果表明,双子叶杂草与单子叶杂草的分形维数差异较大。可以用分形维数为特征参数设置阈值准确地识别双子叶杂草与单子叶杂草。表 4 中 F 值远远地大于临界值的结果表明,不同种类的杂草,其叶的分形维数有明显不同,这就为利用分形维数为特征参数来识别杂草提供了依据,也就是可以利用杂草叶子的分形维数作为杂草识别的参数之一。

#### [参 考 文 献]

- [1] Tyler S W, Wheatcraft S W. Application of fractal mathematics to soil water retention estimation[J]. Soil Science Society of America Journal, 1989, 53: 987- 996.
- [2] 冯 斌,汪懋华. 基于颜色分形的水果计算机视觉分级技术[J]. 农业工程学报, 2002, 18(2): 141- 144.
- [3] Richard P T, Adam P M, David J. Fractal analysis of Pollocks drip paintings[J]. Nature, 1999, 399(3): 422.
- [4] David A E, Llarion V M, Werner P, et al. Mechanisms of extensive spatiotemporal chaos in Rayleigh-Bénard convection[J]. Nature, 2000, 404(13): 733- 736.
- [5] 法尔科内. 分形几何—数学基础及其应用[M]. 谢和平, 等编译. 重庆: 重庆大学出版社, 1991.
- [6] 冯志刚, 周宏伟. 图像的分形维数计算方法及其应用[J]. 江苏理工大学学报(自然科学版), 2001, 22(6): 92- 95.
- [7] 黎云祥, 刘玉成, 钟章成. 植物种群生态学中的构件理论[J]. 生态学杂志, 1995, 14(6): 35- 41.
- [8] 董连科. 分形理论及其应用[M]. 沈阳: 辽宁科学技术出版社, 1991.
- [9] 董 远, 胡光锐. 图像分形维数计算技术[J]. 计算机应用与软件, 2001, 18(6): 61- 65.
- [10] 毛文华. 基于机器视觉的田间杂草识别技术的研究[D]. 北京: 中国农业大学, 2004.
- [11] 吕俊伟, 马成林, 于永胜. 采用多光谱图像融合提高作物和杂草灰度比值[J]. 农业工程学报, 2005, 21(11): 99- 102.
- [12] Zheng Jiaqiang, Zhou Hongping, Xu Youlin, et al. Toward-target precision pesticide application and its system design[J]. 农业工程学报, 2005, 21(11): 67- 72.
- [13] Meyer G E, Neto J C, Jones D D, et al. Intensified fuzzy clusters for classifying plant, soil, and residue regions of interest from color images[J]. Computers and electronics in agriculture 42, 162- 180.
- [14] 张彦娥, 李民赞, 张喜杰, 等. 基于计算机视觉技术的温室黄瓜叶片营养信息检测[J]. 农业工程学报, 2005, 21(8): 102- 105.
- [15] Zhang Gong, Jayas D S, Jiang Deyun, et al. Grain classification with combined texture model[J]. 农业工程学报, 2001, 17(1): 102- 105.
- [16] Zhang Senwen, Zhang Qiang. Application of fractal theory to agricultural and food systems: A review[J]. 农业工程学报, 2002, 18(5): 13- 18.
- [17] Berntson G M. Root systems and fractals: how reliable are calculations of fractal dimensions [J]. Ann-bot Academic Press, 1994, 73(3): 281- 284.
- [18] 赵茂程, 郑加强, 凌小静. 一种基于小波变换的图像过渡区提取及分割方法[J]. 农业工程学报, 2005, 21(11): 103- 107.
- [19] 李 契, 朱金兆, 朱清科. 分形维数计算方法研究进展[J]. 北京林业大学学报, 2002, 24(2): 71- 78.
- [20] 彭瑞东, 谢和平, 鞠 扬. 二维数字图像分形维数的计算方法[J]. 中国矿业大学学报, 2004, 33(1): 19- 24.
- [21] 黄小蕊. 分形维数计算程序的设计及其应用[J]. 北京联合大学学报(自然科学版), 2004, 18(4): 33- 36.

## Calculation of weed fractal dimension based on image analysis

Li Zhichen, Ji Changying<sup>\*</sup>

(College of Engineering, Nanjing Agricultural University, Nanjing 210031, China)

**Abstracts:** Theoretical and testing calculation formulas of fractal dimension were introduced. The calculation method about box-counting dimension based on image processing was analyzed. Program about dimension and image processing based on Matlab were designed. Six weeds (2 of monocotyledon and 4 of dicotyledon) were picked out randomly and fractal dimensions of the six weed leaves were calculated using the program. Research results show that the calculation method for fractal dimension presented in this paper is reliable. Research results validate that weed leaf has fractal feature, and also prove that weed can be discriminated depending on feature parameters of fractal dimension because the fractal dimensions of varieties of weed are different apparently.

**Key words:** weed recognition; image analysis; fractal dimension; box-counting dimension; calculation method