

静电雾化过程中粒径分布的预测

张 军¹, Michael W Reeks²

(1. 集美大学机械工程学院能源与动力研究所, 厦门 361021;
2. 纽卡斯尔大学机械与系统工程学院, 纽卡斯尔, NE1 7RU, 英国)

摘 要: 运用信息熵方法对静电雾化过程中的雾滴尺寸分布进行了统计模拟, 获得了预测粒径分布的统计模型。采用改进的 Newton-Raphson 算法对模型进行了数值计算, 该模型可实现射流模式下的雾滴直径分布的预测。结果表明, 射流模式下粒径分布较窄, 最大粒径是最小粒径的 2~3 倍。通过与其他学者的试验数据比较表明, 模型预测结果除了在较小流量情况下外, 总体上与试验结果较为相符。该文的研究结果对静电雾化效果的优化及控制有一定的参考价值。

关键词: 静电雾化, 信息熵, 数值计算, 雾滴直径分布

中图分类号: TM151

文献标识码: A

文章编号: 1002-6819(2008)-12-0089-04

张 军, Michael W Reeks. 静电雾化过程中粒径分布的预测[J]. 农业工程学报, 2008, 24(12): 89-92.

Zhang Jun, Michael W Reeks. Prediction of droplet size distribution for electrostatic spray[J]. Transactions of the CSAE, 2008, 24(12): 89-92.(in Chinese with English abstract)

0 引 言

液体射流在静电场的作用下破碎成细小雾滴的过程称为静电雾化, 由于静电雾化具有不同于其他雾化方式(如压力雾化、离心雾化等)的一些独特优点, 如雾滴可达更微小、可通过调节电参数对雾化流场进行调控等, 故此, 近些年来已广泛应用于燃油燃烧、工业喷涂、材料制备、农药喷洒、食品保鲜等许多工程领域^[1-5]。在静电雾化的应用中, 雾滴的粒径分布与雾化器的设计及雾化效果的好坏有着直接的关系, 因此, 很多学者针对不同的应用背景, 对各种流体在不同配置下静电雾化的粒径分布进行大量的试验研究。如文献[1]采用 PDPA 对农用荷电喷雾雾滴粒径进行了试验测试。文献[3]以静电雾化燃烧为应用背景, 采用捕捉液法对柴油雾化粒径进行了试验测试。文献[7]则对不同雾化模式下的粒径分布特性进行了试验研究。文献[8]采用 PDA 与计算机控制的高分辨率传输系统相结合的方法测试静电雾化喷粉的尺寸分布与电荷分布。由于静电雾化过程的复杂性, 上述研究大多是通过试验测试获得雾滴的粒径分布特性的, 很少能看到比较可行的理论模型来预测。20 世纪 80 年代以来, Sellens 及 Li Xiangguo 等人将 Shannon 在信息领域所提出的信息熵方法应用于其他雾化(如压力雾化、压力-旋流雾化等)雾滴的粒径分布及速度分布的统计模拟^[9-11], 这无疑也对静电雾化雾滴粒径分布的预测提供了一个较为可行的方法。为此, 本文将信息熵的方法应用于静电雾化中雾滴分布的统计模拟, 以实现雾滴的粒径分布特性的预测。

1 模型建立

根据 Shannon 的定义^[11], 信息熵可表达如下:

$$S = -k \sum_{i=1}^n P_i \ln P_i \quad (1)$$

式中 P_i ——第 i 状态出现的概率, 在雾化过程中可表示为直径为 D_i 的雾滴出现的概率; k —— Boltzmann 常数。

雾化过程必须满足一定的物理约束, 对于静电雾化过程, 物理约束方程可建立如下:

1) 所有状态的概率之和应等于 1, 即:

$$\sum_{i=1}^n P_i = 1 \quad (2)$$

2) 质量守恒: 假定不考虑雾滴的蒸发, 单位时间内产生的所有雾滴的质量应等于离开喷嘴的质量流量, 即:

$$\sum_{i=1}^n P_i D_i^3 = D_{av}^3 \quad (3)$$

3) 电量守恒: 单位时间内产生的所有雾滴的电量和应等于雾化电流:

$$\sum_{i=1}^n P_i \left(\frac{q}{V} \right)_i D_i^3 = \frac{I}{Q} D_{av}^3 \quad (4)$$

式中 q ——一个雾滴所带电量; V ——雾滴体积, m^3 ; I ——雾化电流, A; Q ——雾化流量, m^3/s^{-1} 。

对于雾滴的带电量, Rayleigh 根据试验及理论对单个雾滴的稳定性进行分析, 给出了雾滴在稳定状态下所携带的最大电量为:

$$q = 2\pi(2\varepsilon_0\sigma D^3)^{1/2} \quad (5)$$

式中 ε_0 ——真空中的介电常数, F/m; σ ——液体表面张力, N/m; D ——液滴直径, m。

Zeleny 及 Vonnegut^[12]也对单个液滴所带电量进行理

收稿日期: 2008-04-03 修订日期: 2008-08-29

基金项目: 福建省自然科学基金(D0810021); 教育部留学回国人员科研启动基金

作者简介: 张 军(1966-), 男, 博士, 副教授。研究方向为多相流及静电雾化技术。厦门 集美大学机械工程学院能源与动力研究所, 361021。

Email: bull0202@sina.com

论及试验研究, 给出下列表达式:

$$\frac{q}{V} = 6(2\varepsilon_0\sigma D^{-3})^{1/2} \quad (6)$$

将式 (6) 代入式 (4), 式 (4) 变为:

$$\sum_{i=1}^n P_i 6\sqrt{2\varepsilon_0\sigma} D_i^{3/2} = \frac{I}{Q} D_{av}^3 \quad (7)$$

式中 D_{av} ——雾滴体积平均直径, m。

定义无量纲粒径 $\bar{D} = D/D_{av}$, 式 (3) 及式 (7) 可写为:

$$\sum_{i=1}^n P_i \bar{D}_i^3 = 1 \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^n P_i 6\sqrt{2\varepsilon_0\sigma} \bar{D}_i^{3/2} = \frac{I}{Q} D_{av}^{3/2} \quad (9)$$

使用 Lagrangian 乘子法, 在式 (2)、式 (8) 及 (9) 的约束下, 使式 (1) 最大, 则可得最可能的粒径分布概率为:

$$P_i = \exp\left(-C_0 - C_1 \bar{D}_i^3 - C_2 6\sqrt{2\varepsilon_0\sigma} \bar{D}_i^{3/2}\right) \quad (10)$$

式中 C_0, C_1, C_2 ——Lagrangian 乘子。

对于雾化过程, 介于体积 \bar{V}_{n-1} 和 \bar{V}_n 之间的雾滴体积 \bar{V} 出现的概率可表达为:

$$P\{\bar{V}_{n-1} < \bar{V} < \bar{V}_n\} = \sum_{\bar{V}=\bar{V}_{n-1}}^{\bar{V}_n} \exp\left(-C_0 - C_1 \bar{D}_i^3 - C_2 6\sqrt{2\varepsilon_0\sigma} \bar{D}_i^{3/2}\right) \quad (11)$$

假设雾化过程中雾滴尺寸为连续分布, 则上式可写为如下积分形式:

$$P\{\bar{V}_{n-1} < \bar{V} < \bar{V}_n\} = \int_{\bar{V}_{n-1}}^{\bar{V}_n} \exp\left(-C_0 - C_1 \bar{D}^3 - C_2 6\sqrt{2\varepsilon_0\sigma} \bar{D}^{3/2}\right) d\bar{V} \quad (12)$$

这里 \bar{V} 为雾滴无量纲体积, 可表达为:

$$\bar{V} = \frac{V}{V_{av}} = \bar{D}^3 \quad (13)$$

式中 V ——单个雾滴体积, m^3 ; V_{av} ——雾滴平均体积, m^3 。

这样式 (12) 可变为:

$$P\{\bar{V}_{n-1} < \bar{V} < \bar{V}_n\} = P\{\bar{D}_{n-1} < \bar{D} < \bar{D}_n\} = \int_{\bar{D}_{n-1}}^{\bar{D}_n} 3\bar{D}^2 \exp\left(-C_0 - C_1 \bar{D}^3 - C_2 6\sqrt{2\varepsilon_0\sigma} \bar{D}^{3/2}\right) d\bar{D} \quad (14)$$

这里 \bar{D}_{n-1} 和 \bar{D}_n 分别是对应于体积为 \bar{V}_{n-1} 和 \bar{V}_n 的粒径。

这样雾滴尺寸的概率密度函数可表达如下:

$$f = 3\bar{D}^2 \exp(-C_0 - C_1 \bar{D}^3 - C_2 6\sqrt{2\varepsilon_0\sigma} \bar{D}^{3/2}) \quad (15)$$

上式为基于雾滴数密度的概率密度函数表达式, 该式可描述射流模式下雾滴直径的分布特性。

实际雾化过程中雾滴的直径介于 0 和有限最大值 \bar{D}_{max} , 连续约束方程可表达为:

$$\int_0^{\bar{D}_{max}} f d\bar{D} = 1 \quad (16)$$

$$\int_0^{\bar{D}_{max}} \bar{D}^3 f d\bar{D} = 1 \quad (17)$$

$$\int_0^{\bar{D}_{max}} f 6\sqrt{2\varepsilon_0\sigma} \bar{D}^{3/2} d\bar{D} = \frac{I}{Q} D_{av}^{3/2} \quad (18)$$

为了确定 C_0, C_1, C_2 , 将式 (16) 代入式 (16), (17) 和 (18) 可得:

$$\int_0^{\bar{D}_{max}} 3\bar{D}^2 \exp(-C_0 - C_1 \bar{D}^3 - C_2 6\sqrt{2\varepsilon_0\sigma} \bar{D}^{3/2}) d\bar{D} = 1 \quad (19)$$

$$\int_0^{\bar{D}_{max}} 3\bar{D}^5 \exp(-C_0 - C_1 \bar{D}^3 - C_2 6\sqrt{2\varepsilon_0\sigma} \bar{D}^{3/2}) d\bar{D} = 1 \quad (20)$$

$$\int_0^{\bar{D}_{max}} 18\sqrt{2\varepsilon_0\sigma} \bar{D}^{7/2} \exp(-C_0 - C_1 \bar{D}^3 - C_2 6\sqrt{2\varepsilon_0\sigma} \bar{D}^{3/2}) d\bar{D} = \frac{I}{Q} D_{av}^{3/2} \quad (21)$$

式 (19~21) 可通过数值技术求解。对于上式中的雾化电流 I 和平均粒径 D_{av} , Ganan-Calve^[13]给出如下关系式:

$$\begin{aligned} &\text{当} \left(\frac{\sigma^3 \varepsilon_0^2}{\mu^3 K^2 Q}\right) < 1 \text{ 时,} \\ &\frac{I}{I_0} = \frac{6.2}{(\varepsilon_r - 1)^{1/4}} \left(\frac{Q}{Q_0}\right)^{1/2} - 2, \\ &\frac{D_{av}}{D_0} = 1.6(\varepsilon_r - 1)^{1/6} \left(\frac{Q}{Q_0}\right)^{1/3} - (\varepsilon_r - 1)^{1/3} \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} &\text{当} \left(\frac{\sigma^3 \varepsilon_0^2}{\mu^3 K^2 Q}\right) > 1 \text{ 时,} \\ &\frac{I}{I_0} = 11 \left(\frac{Q}{Q_0}\right)^{1/4} - 5, \quad \frac{D_{av}}{D_0} = 1.2 \left(\frac{Q}{Q_0}\right)^{1/2} - 0.3 \end{aligned} \quad (23)$$

$$\text{其中 } I_0 = \left(\frac{\varepsilon_0 \sigma^2}{\rho_l}\right)^{1/2}, \quad D_0 = \left(\frac{\varepsilon_0^2 \sigma}{\rho_l K}\right)^{1/3}, \quad Q_0 = \frac{\varepsilon_0 \sigma}{\rho_l K}$$

式中 ε_r ——相对介电常数; μ ——液体动力黏性系数, Pa·s; K ——液体电导率, S/m。

通过式 (22) ~ (23) 可确定雾化电流 I 及平均粒径 D_{av} , 并代入式 (19) ~ (21) 可确定 Lagrangian 乘子, 从而最终确定粒径分布的概率密度函数的表达式。

2 数值计算及预测结果

通过式 (19) ~ (21) 求 Lagrangian 乘子 C_0, C_1, C_2 时需用数值计算求得。对于非线性方程组 $f(x) = 0$, 经常采用 Newton-Raphson 迭代法来求解, 但 Newton-Raphson 法对初试值比较敏感, 并且对于本问题, 其 Jacobi 矩阵

一般为病态。为此, 这里采用改进的 Newton-Raphson 算法求解, 其迭代格式如下:

$$x_{k+1} = x_k - [Df(x_k) + \varepsilon_k I]^{-1} f(x_k), \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (24)$$

式中 $Df(x_k)$ ——方程组 $f(c)=0$ 的 Jacobi 矩阵; I ——单位矩阵; ε_k ——阻尼因子。

引入阻尼因子一定程度上改善了 Jacobi 矩阵的病态, 并且也改善了对初试值的要求, 但 ε_k 的合适值要通过反复试算确定。

对于式 (19~21) 中的积分上限 \bar{D}_{\max} , 它对雾滴直径分布规律没有实质性的影响^[14,15], 只要取得足够大即可, 本文计算时取 \bar{D}_{\max} 为 5。图 1 为获得的无量纲粒径分布 (雾化流体为水)。图 1 表明射流模式下粒径分布较窄, 最大滴径约是最小滴径的 2~3 倍, 这与一些学者的试验结论相符^[13,16]。

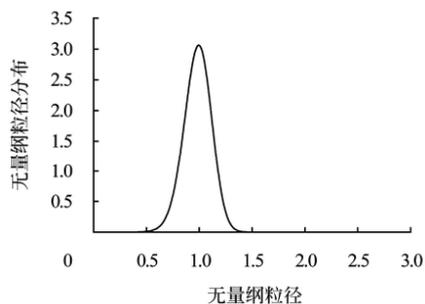


图 1 无量纲粒径分布

Fig.1 Distribution of non-dimensional droplet diameter

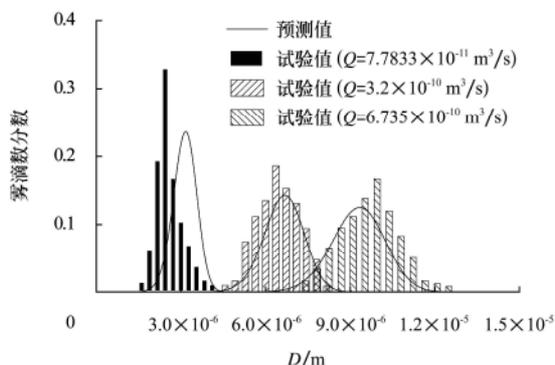


图 2 模型预测与 Tang 的试验数据的比较

Fig.2 Comparison of experimental data from Tang and model predictive values

图 2 为本文模型对 Tang^[16]的试验数据 (3 种流量) 的预测。Tang 的试验流体为水, 数据采用 PDA 获得。另外还要指出的是, 为了便于比较, 这里将 Tang 的数据转换成雾滴数分数。由图 2 可见, 总体上, 模型的预测分布与试验分布较为吻合。相对而言, 模型预测分布比试验分布稍微宽些, 尤其是分布曲线的峰值部分, 与试验数据偏差稍大。另外, 在小流量下 ($Q=7.7833 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{s}$), 预测曲线的位置与试验分布有一定差异, 这主要是由于模型中采用了 Ganan-Calve 的有关平均粒径 D_{av} 及雾化电流的预测公式, 该公式在小流量下与试验值有较大偏差 (平均粒径预测值比试验值偏大), 从而造成小流量下预

测曲线比试验分布偏右的结果。应该说, 假如平均粒径与雾化电流预测足够准确, 模型总体上能够反映射流模式下不同雾化流量的雾滴的粒径分布特性。

3 结 论

采用信息熵方法建立了静电雾化过程中雾滴粒径分布的预测模型, 数值计算结果及与试验数据比较表明, 在雾化电流及平均滴径足够精确的情况下, 模型预测结果与试验数据较为吻合, 这表明信息熵法对于不确定因素较多的静电雾化雾滴的统计模拟是较为可行的一个方法。由于本文没有考虑雾滴的蒸发及二次破碎效应, 故本文模型仅适于初始雾滴 (即射流破碎区附近) 分布的预测。

[参 考 文 献]

- [1] 贾卫东, 李萍萍, 邱白晶, 等. 农用荷电喷雾雾滴粒径与速度分布的试验研究[J]. 农业工程学报, 2008, 24(2): 17-21.
- [2] Miao P, Balachandran W, Wang J L. Electrostatic generation and theoretical modelling of ultra fine spray of ceramic suspensions for thin film preparation[J]. Electrostat, 2001, 43: 51-52.
- [3] 闻建龙, 王军锋, 张 军, 等. 柴油高压静电雾化燃烧的研究[J]. 内燃机学报, 2003, 21(1): 31-34.
- [4] Matei Ghimbean C, van Landschoot R C, Schoonman J. Preparation and characterization of SnO_2 and Cu-doped SnO_2 thin films using electrostatic spray deposition (ESD)[J]. Journal of the European Ceramic Society, 2007, 27: 207-213.
- [5] 余泳昌, 土保华, 史景钊, 等. 手动喷雾器组合充电式静电喷雾装置的雾化效果试验[J]. 农业工程学报, 2005, 21(12): 85-88.
- [6] 袁洪印, 马中苏, 秦好泉, 等. 食品表面静电涂敷高压电极结构的试验[J]. 农业工程学报, 2000, 16(2): 113-115.
- [7] 张 军, 闻建龙, 王军锋, 等. 不同雾化模式下静电雾化的雾滴特性[J]. 江苏大学学报(自然科学版), 2006, 27(2): 105-108.
- [8] Kulon J, Malyan B E, Balachandran, W. Simultaneous measurement of particle size and electrostatic charge distribution in DC electrostatic field phase Doppler Anemometry[J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2003, 39(5): 1522-1528.
- [9] Sellens R W, Brzustowski T A. A prediction of the drop size distribution in a spray from first principles[J]. Atom Spray Technol, 1985, 1: 89-102.
- [10] Li Xiangguo, Tankin R S, Droplet size distribution. A derivation of a Nukiyama-Tanasawa type distribution function[J]. Combust Sci Technol, 1987, 56(1-3): 65-76.
- [11] Li Xiangguo, Li Meishen, Fu Huijuan. Modeling the initial droplet size distribution in sprays based on the maximization of entropy generation[J]. Atomization and Sprays, 2005, 15(3): 295-321.
- [12] Vonnegut B, Neubauer R L. Production of monodisperse liquid particles by electrical atomization[J]. J Colloid Sci, 1952, 7: 616-623.
- [13] Gañán-Calvo A M, Dávila J, Barrero A. Current and droplet

- size in the electrospraying of liquids. Scaling laws[J]. *J Aerosol Sci*, 1997, 28(2): 249—275.
- [14] Babinsky E, Sojka P E. Modeling drop size distributions[J]. *Progress in Energy and Combustion Science*, 2002, 28: 303—329.
- [15] Sushanta Kumar Mitra. Breakup process of plane liquid sheets and prediction of initial droplet size and velocity distributions in sprays[D]. University of Waterloo, 2001.
- [16] Tang K, Gomez A. Generation of monodisperse water droplets from electrosprays in a corona—assisted cone-jet mode[J]. *Journal of Colloid Interface Science*, 1995, 175: 326—332.

Prediction of droplet size distribution for electrostatic spray

Zhang Jun¹, Michael W Reeks²

(1. *School of Mechanical Engineering, Jimei University, Xiamen 361021, China;*

2. *School of Mechanical and Systems Engineering, University of Newcastle upon Tyne, Newcastle upon Tyne, NE1 7RU, UK*)

Abstract: A theoretical model for predicting the droplet size distribution for electrostatic spray was described based on the information entropy method. The model was numerically calculated using the modified Newton-Raphson method. The present model can evaluate the droplet size distribution for a cone-jet mode electrostatic spray. The predicted results of present model show that the droplet size distribution exhibits a narrower and monodisperse behavior and the ratio between the largest diameter and the minimum diameter of droplets is between 2 and 3. The comparisons show that the model is in better agreement with experimental data except for the case under smaller flow rate. The research results of present work are helpful to optimization and control for the electrostatic spray process.

Key words: electrostatic spraying, information entropy, numerical calculations, droplet size distribution