

离心泵网格划分中 Sliver 单元的消除

刘厚林, 董亮^{*}, 谈明高, 王勇, 王凯

(江苏大学流体机械工程技术研究中心, 镇江 212013)

摘要: Sliver 单元的存在严重影响着离心泵网格的质量。针对这一问题研究了离心泵网格划分中可能出现 Sliver 单元的位置。介绍了目前两种主要 Sliver 单元消除方法并总结了这两种方法的优缺点, 重点分析了通过加密消除 Sliver 单元算法的原理, 指出现有算法并不能完全消除 Sliver 单元。对一种现有较优的消除算法进行了改进, 优化了其判断 Sliver 单元的准则, 从而使其能在加密后完全消除 Sliver 单元, 进而显著地提高了网格的总体质量, 并将该改进算法应用于离心泵网格划分中。实例验证, 改进后的算法严密有效、执行效率高, 且易于实现。

关键词: 离心泵, 网格生成, 算法, 计算流体动力学, Sliver 单元消除, 网格加密, 算法改进

doi: 10.3969/j.issn.1002-6819.2010.11.018

中图分类号: TH311

文献标志码: A

文章编号: 1002-6819(2010)-11-0103-05

刘厚林, 董亮, 谈明高, 等. 离心泵网格划分中 Sliver 单元的消除[J]. 农业工程学报, 2010, 26(11): 103—107.

Liu Houlin, Dong Liang, Tan Minggao, et al. Sliver elements elimination for mesh generation of centrifugal pumps[J].

Transactions of the CSAE, 2010, 26(11): 103—107. (in Chinese with English abstract)

0 引言

近年来, 随着计算机技术的飞速发展, 计算流体力学 (computational fluid dynamics, CFD) 技术取得了显著的进步, 人们开始用 CFD 方法模拟离心泵内流体流动状态, 分析泵内部的压力、速度场分布, 了解泵内部的流动规律^[1-5]; 而进行数值计算的第一步是网格划分, 网格质量的优劣直接影响着计算结果的精度和计算时间的长短。Delaunay 三角划分方法由于算法效率高、生成单元质量好, 因而在离心泵网格划分中得到广泛的研究和应用, 但采用 Delaunay 算法生成的网格中不可避免的存在一些 Sliver 单元。Sliver 单元的出现将导致在 CFD 计算时出现刚度矩阵病态, 严重影响计算结果的精度, 甚至导致无法计算。

Sliver 单元的消除是非结构化网格生成中一个非常重要的问题, 国内外学者提出了多种消除方法, 主要分为通过优化消除 Sliver 单元和通过加密消除 Sliver 单元 2 种方法。第一种方法是对已生成的网格进行优化处理, 从而消除网格中存在的 Sliver 单元, Diachin、Smith 等^[6-8]通过对 Sliver 单元的相邻单元进行局部变换来消除网格中的 Sliver 单元。关振群、Escobar 等^[9-11]提出采用 Laplacian 光顺和广义薄元分解相结合的优化算法来消除网格内部的 Sliver 单元。通过优化消除 Sliver 单元算法的优点是效率高且能获得高质量的网格, 缺点是对边界上

的 Sliver 单元优化效果较差。第二种方法是在网格的生成过程中通过加密来消除 Sliver 单元。Chew、Cheng、Li 等^[12-14]都曾采用不同的点插入加密方式来消除 Sliver 单元。该方法的优点是能够充分地利用现有的网格划分算法且得到的网格疏密合理, 缺点是效率较低。为了保证离心泵建模模型与实体的拟合程度, 离心泵几何模型中往往包含大量型线, 网格划分后存在大量的 Sliver 单元, 特别是在边界上。因此采用第二种方法来消除离心泵网格中的 Sliver 单元。通过对多种加密消除 Sliver 单元算法的研究, 针对现有的算法无法完全消除 Sliver 单元以及对插入点位置要求过于严格的问题, 改进了一种较优的算法, 以完善原算法的适用性, 从而使其能够完全消除离心泵网格中的 Sliver 单元。

1 加密消除 Sliver 单元的方法

1.1 Sliver 单元定义

Sliver 单元也称薄元, 是指体积趋近于零的四面体单元, 其 4 个顶点几乎共面, 如图 1 所示, 当 A 趋近于 A' 时就会形成 Sliver 单元。它是唯一的一种同时具有四面体外接球半径与最短边的比值 (Radius-edge)^[15]较小但四面体外接球半径与内接球半径的比值 (aspect ratio) 较大的畸形单元。通常情况下, Radius-edge 比值小于 2 且最小二面角小于 5° 的四面体, 就认为该四面体为 Sliver 单元。

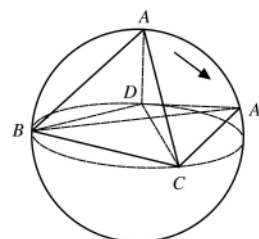


图 1 Sliver 单元定义

Fig.1 Definition of Sliver element

收稿日期: 2010-03-04 修回日期: 2010-11-08

基金项目: 国家杰出青年基金项目 (50825902); 江苏大学拔尖人才培养项目 (20070001); 江苏省研究生创新计划项目 (CX10B-263Z);

作者简介: 刘厚林 (1971—), 男, 江苏溧水人, 研究员, 博士生导师, 主要研究方向为泵现代设计理论与方法。镇江 江苏大学流体中心, 212013。

Email: liuhoulin@ujs.edu.cn

※通信作者: 董亮 (1981—), 男, 黑龙江齐齐哈尔人, 博士生, 主要从事 CFD 网格生成方法研究。镇江 江苏大学流体中心, 212013。

Email: edongliang@yahoo.com

1.2 Chew 加密算法

Chew 提出的算法是通过在距其圆心 $0 \sim 0.5R$ (R 为原四面体外接球的半径) 的球内随机地选择插入点来消除网格中的 Sliver 单元; 并且 Chew 采用控制新插入点到原四面体 3 个顶点所组成平面距离的方法来保证不会产生新的 Sliver 单元。缺点是该算法将会产生密度相当高的四面体网格, 因此效率较低; 此外, 该算法无法处理网格边界上的 Sliver 单元。

1.3 Cheng 加密算法

Cheng 提出的 Sliver Exudation 算法是采用空间点集加权的 Delaunay (weight Delaunay triangulation) 四面体网格生成方法, 当网格中所有四面体的外接球半径与最短边的比值都达到某个阈值时, 就会消除所有的 Sliver 单元而不需要添加额外点。该算法的关键是如何给未加权点 v 指定权值, Cheng 采用的方法是放大 (pumping) 该点使其变成一个球 (加权点), 权值变化范围为 $[0, w^2 N(v)^2]$, 其中 $N(v)$ 表示它到最近点的距离, w 是 0 到 0.5 之间的常数; 并证明了如果 v 指定了一个符合上述要求的权值, 那么所有在 v 点的 Sliver 单元都能通过加权 Delaunay 划分来消除。该算法的缺点是只考虑了给定空间点集而未考虑边界的影响, 并且在网格数量较大的情况下, 该算法很难实现。

1.4 Li 加密算法

Li 提出的加密算法是将 Sliver 单元和其他具有较大 Radius-edge 比值的四面体同样对待, 都认为是质量较差的四面体; 接着通过在质量较差四面体外接球的内部插入点来消除这些单元。Li 算法在四面体外接球球心的选择区域内随机地选择要插入的点, 从而保证插入点后能够消除形状差的四面体且不会产生新的 Sliver 单元。当插入点蚕食边界上三角形面的时候, 拒绝插入该点, 同时分割所有被该点蚕食的线段; 在分割边界子三角形面和子线段的时候, 分割点不是简单地选取三角形面的外接圆圆心或者子线段的中点, 它们同样需要在一个区域内选择一个合适点, 从而保证插入该点后能够分割子三角形面或者子线段且不会产生新的 Sliver 单元。

通过以上分析可知 3 种算法中 Li 提出的算法既能处理任意形状边界问题又能使得生成的四面体单元符合控制函数的要求, 因此是一种较优的消除 Sliver 单元的算法。但该算法在判断单元是否为 Sliver 单元时, 存在一定的误差, 会导致生成的网格中仍然存在 Sliver 单元, 且对于插入新点后不产生新 Sliver 单元的条件过于苛刻, 使得生成插入点的过程非常复杂。

2 算法改进

2.1 存在问题

在 Li 的加密算法中, 采用 Radius-edge 比值与 $\frac{vol(Te)}{L_{min}^3}$

(四面体体积 ($vol(Te)$) 与最短边 (L_{min}) 的比值) 相结合的方式来判断新产生的单元是否为 Sliver 单元, 然而用

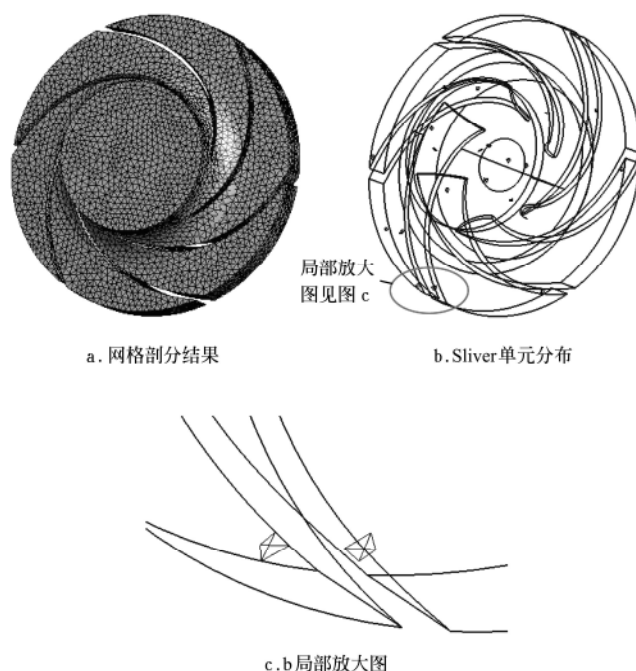
$\frac{vol(Te)}{L_{min}^3}$ 对不同剖分尺寸的网格进行 Sliver 单元判断时,

Sliver 单元阈值的选取也不同, 难以给出一个绝对值来判断四面体是否为 Sliver 单元并且在某些情况下采用

Radius-edge 比值与 $\frac{vol(Te)}{L_{min}^3}$ 来判断 Sliver 单元时还会存在

一定的误差, 即这两种网格质量衡量准则无法判断出网格中的所有 Sliver 单元, 图 2b 为采用这两种质量衡量准则后网格中存在的 Sliver 单元。

图 2 中, a 显示了叶轮 Delaunay 划分在达到质量阈值后网格的剖分结果; b 表示网格中的 Sliver 单元的分布。



注: 图 b 种黑点为 Sliver 单元

图 2 叶轮的 Delaunay 剖分及 Sliver 单元
Fig.2 Delaunay mesh generation of impeller and Sliver elements

表 1 为上述叶轮网格达到某质量阈值后, 网格中劣质四面体的几种质量衡量准则的标准值, 其中 α 表示 Radius-edge 的比值, β 表示 $\frac{vol(Te)}{L_{min}^3}$ 的比值, γ 表示最小二面角。从图 1 及表 1 可以看出用 Radius-edge 比值与 $\frac{vol(Te)}{L_{min}^3}$ 来判断 Sliver 单元后, 网格中仍然存在二面角较小的单元, 而这些单元就是在加密后仍存在的 Sliver 单元, 因此该算法无法消除网格中所有的 Sliver 单元。

在 Li 加密算法中, 插入点在相应的区域是随机选择的, 判断插入该点后是否会产生新的 Sliver 单元, 如果产生新的 Sliver 单元, 则需要重新选择插入点, 直到选择的插入点不会产生新的 Sliver 单元为止, 这样对插入点的要求过于苛刻, 使得生成插入点的过程非常复杂。

表 1 叶轮中劣质单元质量系数

Table 1 Coefficient of poor quality elements in impeller

劣质单元 编号	四面体外接球半径 与最短边的比值 α	四面体体积与 最短边的比值 β	最小二面角 γ
1	1.9547	1.214E-3	2.7854
2	1.9698	5.244E-3	3.2651
3	1.9856	3.817E-3	2.9634
4	1.8972	7.911E-3	3.2142
5	1.9541	5.414E-3	2.8521
6	1.8684	7.294E-3	3.0354
7	1.8952	8.913E-3	3.2651
8	1.9241	2.218E-3	2.9512
9	1.9741	0.01258	3.0214

2.2 改进后的算法

为了解决 Li 算法在加密后仍存在 Sliver 单元以及对插入点位置要求过于严格的问题，本文对 Li 的算法进行了改进，改进后的算法如下：

输入：需要消除 Sliver 单元的初始网格，Radius-edge 比值 α ，最小二面角 γ ，确定选择区域系数 δ ($\delta < 1$)，确定细小 Sliver 单元的系数 b ($b < 1$)，插入点循环的次数 n ；

输出：不存在 Sliver 单元的高质量网格；

中间变量：劣质四面体集合 τ ， τ 中任意四面体 t ， ξ 为插入点 P 后新产生四面体的集合（添加）；

1) 根据给定 Radius-edge 比值 α 找到网格中的所有劣质四面体单元，并存储到 τ 中；

2) 在 τ 中任意选择一四面体单元 t ，并确定该四面体的选择区域；

3) 在选择区域内随机选择一个插入点，然后执行判断细小 Sliver 单元算法，如果不产生细小 Sliver 单元则执行步骤 2)，否则执行下面的步骤；

4) 重复执行上步 n 次，如果插入点 P 不存在，则把 t 外接球的球心 O_t 作为插入点；

5) 如果 O_t 不蚕食边界上的线段和面，那么应用逐点插入法将该点插入到网格中，否则执行下面的步骤；

6) 如果 O_t 蚕食边界上的三角形面 v ，则在 v 的选择区域内添加一个点 P ，保证添加过点 P 后不会产生新的细小 Sliver 单元，如果 P 不存在，那么就把 v 外接圆的圆心 O_v 作为插入点；

7) 如果 O_v 不蚕食边界上的线段，那么应用逐点插入法将该点插入到网格中，否则执行下面的步骤；

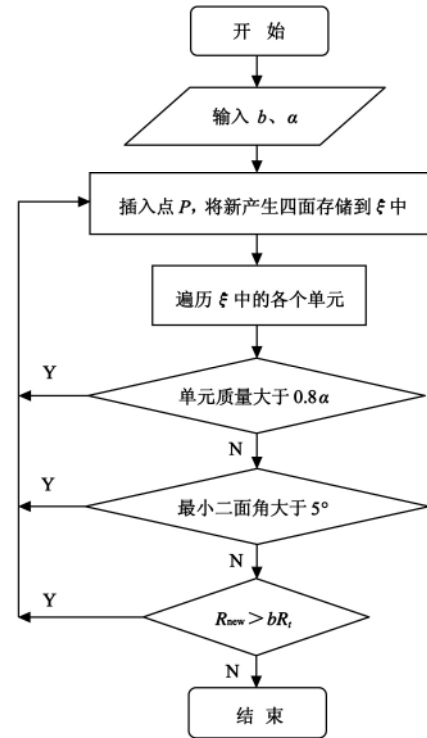
8) 在 O_v 蚕食线段的选择区域内选择一点 P ，保证添加过点 P 后不会产生新的细小 Sliver 单元，如果 P 点不存在，那么就把线段的中点作为插入点，应用逐点插入法将该点插入到网格中；

9) 重复 2) ~ 8) 步，直到 τ 中没有劣质四面体单元为止。

2.3 判断细小 Sliver 单元的算法

将新产生的 Sliver 单元分为细小 Sliver 单元和宽大 Sliver 单元两类。如果新产生 Sliver 单元满足 $R_{\text{new}} < bR_t$

(R_{new} 为新产生四面体外接球半径， R_t 为原四面体外接球半径) 条件，则称这个 Sliver 单元为细小 Sliver，否则称为宽大 Sliver。如果新产生的单元是宽大 Sliver 单元，则可以通过随后的加密算法来消除，因此在选择插入点 P 时，只需判断插入点 P 后能否产生细小 Sliver 单元即可。具体流程如图 3 所示。



注： α 为四面体外接球半径与最短边的比值； b 为确定细小 Sliver 单元的系数 ($b < 1$)； R_{new} 为新产生四面体外接球半径； R_t 为原四面体外接球半径

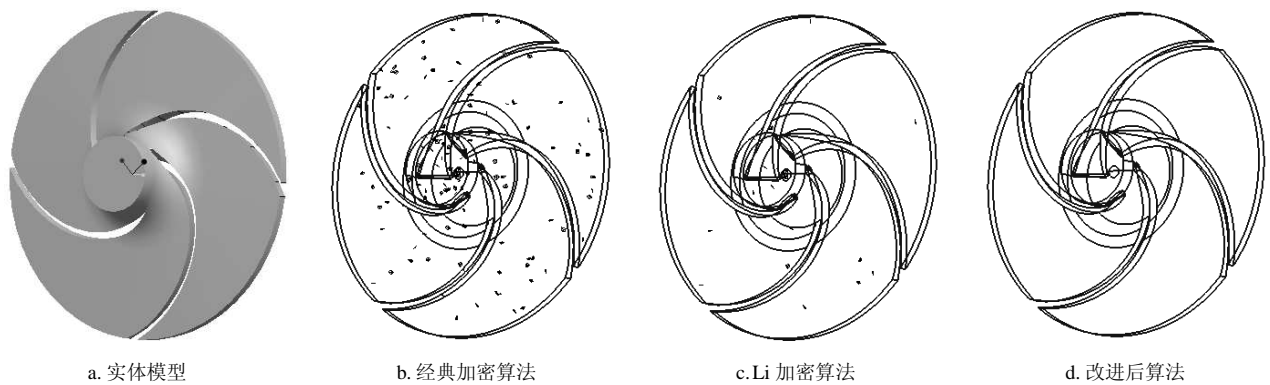
图 3 判断 Sliver 单元类型流程图

Fig.3 Flow chart of Sliver element type judgment

从以上流程图中可以看出，在衡量新产生单元质量 Radius-edge 比值时，没有直接和给定的阈值 α 比较，而是在 α 前乘以了一个系数 0.8，这是为了防止质量系数 α 过高而导致区域过密现象的发生而添加的安全系数。

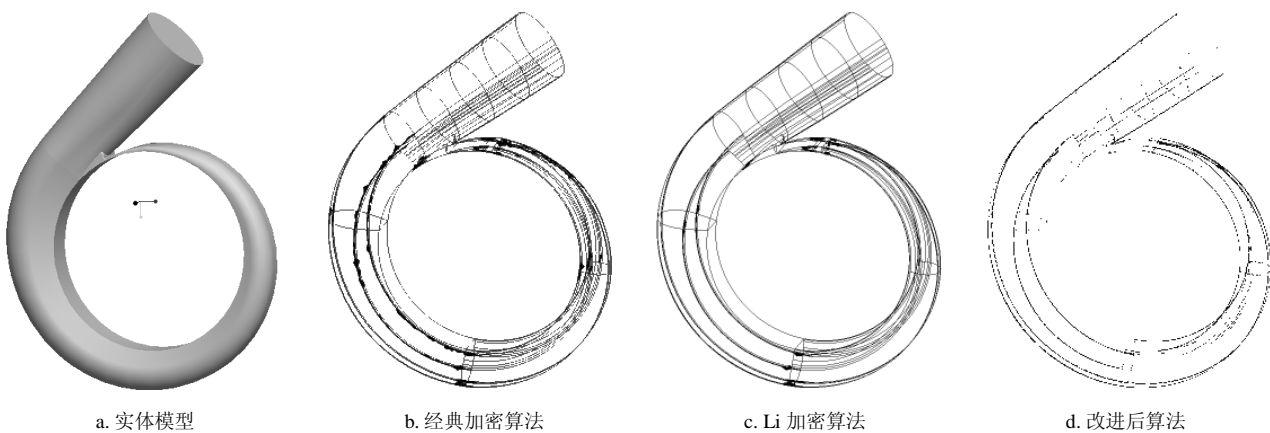
3 应用实例

所有测试是在本课题组开发的泵专用网格划分软件 PGrid 上完成的，所用计算机主频为 2.0 GHz，内存 1 GB。通过图 4、5 可以看出 Sliver 单元主要分布在边界以及型线密集处（如，叶片的根部，蜗壳各个断面处），这是由于采用 Delaunay 剖分算法在过多短距离型线处剖分困难，容易产生 Sliver 单元。表 2 为对图 4、5 模型网格剖分后，3 种加密算法网格质量的统计。判断网格质量有多种衡量准则，本文采用四面体单元最短边与最长边的比值 ($L_{\text{min}}/L_{\text{max}}$) 做为网格质量衡量准则。通过表 2 可以看出经典加密算法用时最短但网格质量最差，而改进后的算法虽然用时较多，但是无论在最差网格质量还是在平均网格质量上都比前 2 种算法有显著地提高，且划分结果中不存在 Sliver 单元。



注：图中黑点为 Sliver 单元

图 4 叶轮网格及 Sliver 单元
Fig.4 Mesh of impeller and Sliver elements



注：图中黑点为 Sliver 单元

图 5 蜗壳网格及 Sliver 单元
Fig.5 Mesh of volute and Sliver elements

表 2 3 种加密算法的网格质量比较

Table 2 Comparison of quality of mesh generated by three kinds of refinement algorithms

		网格单元数	时间/s	最好单元质量	最差单元质量	平均单元质量	Sliver 单元个数
叶轮	经典加密算法	42548	29.3	0.9981	0.0334	0.5871	104
	Li 加密算法	76286	70.5	0.9999	0.0565	0.7909	21
	改进后算法	92057	100.2	0.9972	0.1683	0.8468	0
蜗壳	经典加密算法	209022	43.5	0.9737	0.0122	0.5213	593
	Li 加密算法	323451	151.9	0.9845	0.0365	0.6247	64
	改进后算法	372820	284.7	0.9824	0.042	0.6715	0

注：单元质量是指四面体单元最短边与最长边的比值。

4 结 论

在归纳总结加密消除 Sliver 单元算法的基础上,分析了各种算法的优缺点;并提出了一种以四面体外接球半径与最短边的比值和最小二面角相结合来判断 Sliver 单元的方法,从而在加密消除劣质单元的同时能够消除 Sliver 单元,成功地解决了 Li 算法加密后仍然存在 Sliver 单元的问题。算例表明,本文算法能够完全消除离心泵中的 Sliver 单元,网格的整体质量较其他加密算法有显著地提高,能够满足有限元方法工程应用的需求。

[参 考 文 献]

[1] 吴大转, 许斌杰, 李志峰, 等. 离心泵瞬态操作条件下内部流动的数值模拟[J]. 工程热物理学报, 2009, 30(5): 781—783.
Wu Dazhuan, Xu Binjie, Li Zhifeng, et al. Numerical simulation on interanal flow of centrifugal pump during transient operation[J]. Journal of Engineering Thermophysics, 2009, 30(5): 781—783. (in Chinese with English abstract)

[2] 牟介刚, 李思, 郑水华, 等. 离心泵叶轮出口盖板形状对水力性能的影响[J]. 排灌机械, 2009, 27(5): 323—326.
Mou Jiegang, Li Si, Zheng Shuihua, et al. Relationship

- between hydraulic performance of centrifugal pump and shape of impeller shroud[J]. *Drainage and Irrigation Machinery*, 2009, 27(5): 323–326. (in Chinese with English abstract)
- [3] 王洋, 代翠. 低比转数离心泵多相位定常全三维数值模拟[J]. *农业机械学报*, 2009, 40(11): 89–93.
Wang Yang, Dai Cui. 3-D numerical simulation for low specific-speed centrifugal pump with multi-phase position[J]. *Transactions of the CSAM*, 2009, 40(11): 89–93. (in Chinese with English abstract)
- [4] 成立, 刘超, 汤方平, 等. 基于 RNG 紊流模型的立式轴流泵站三维流动数值模拟及性能预测[J]. *机械工程学报*, 2009, 45(3): 352–357.
Cheng Li, Liu Chao, Tang Fangping, et al. 3D numerical simulation and performance predication of vertical axial flow pumping station by RNG turbulent model[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2009, 45(3): 352–357. (in Chinese with English abstract)
- [5] 丛国辉, 王福军. 湍流模型在泵站进水池漩涡模拟中的适用性研究[J]. *农业工程学报*, 2008, 24(6): 31–35.
Cong Guohui, Wang Fujun. Applicability of turbulence models in numerical simulation of vortex flow in pump sump[J]. *Transactions of the CSAE*, 2008, 24(6): 31–35. (in Chinese with English abstract)
- [6] Diachin L F, Knupp P, Munson T, et al. A comparison of two optimization methods for mesh quality improvement[J]. *Engineering with Computers*, 2006, 22(2): 61–74.
- [7] Smith J M, Dodgson N A. A topologically robust algorithm for Boolean operations on polyhedral shapes using approximate arithmetic[J]. *CAD Computer Aided Design*, 2007, 39(2): 149–163.
- [8] Ghadyani H, Sullivan J. Quality improvement of tetrahedral meshes by optimizing the minimum local angle[C]// *Proceedings of SPIE: Progress in Biomedical Optics and Imaging*. San Diego, USA, 18 February, 2007.
- [9] 关振群, 刘邦志, 顾元宪, 等. 薄元分解与 Laplacian 光滑相结合的四面体有限元网格优化方法[J]. *计算力学学报*, 2007, 24(3): 257–263.
Guan Zhenqun, Liu Bangzhi, Gu Yuanxian, et al. Tetrahedral mesh optimization method combining sliver decomposition and Laplacian smoothing[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2007, 24(3): 257–263. (in Chinese with English abstract)
- [10] Escobar J, Montenegro R. Smoothing and local refinement techniques for improving tetrahedral mesh quality[J]. *Computers and Structures*, 2005, 83(28): 2423–2430.
- [11] Vartziotis. Dimitris Athanasiadis Mesh smoothing using the Geometric Element Transformation Method[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2008, 197(45): 3760–3767.
- [12] Chew. Guaranteed-quality Delaunay meshing in 3D[C]// *Proceedings 13th Annual Symposium on Computational Geometry*, Nice France, 1997: 391–393.
- [13] Cheng W, Poon H. Three-Dimensional Delaunay Mesh Generation[J]. *Discrete and Computational Geometry*, 2006, 36(3): 419–456.
- [14] Li Y. Generating well-shaped d-dimensional Delaunay meshes[J]. *Theoretical Computer Science*, 2003, 296(1): 145–165.
- [15] Huang Weizhang. Measuring mesh qualities and application to variational mesh adaptation[J]. *SIAM Journal of Scientific Computing*, 2005, 26(5): 1643–1666.

Sliver elements elimination for mesh generation of centrifugal pumps

Liu Houlin, Dong Liang^{*}, Tan Minggao, Wang Yong, Wang Kai

(Technical and Research Center of Fluid Machinery Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China)

Abstract: The Sliver elements have serious influences on the quality of mesh generation of centrifugal pump. The position where the Sliver elements may appear in the mesh of centrifugal pump was discussed. The present two main methods to eliminate the Sliver elements were introduced and their advantages and disadvantages were discussed. The algorithm principle of mesh refinement for eliminating the Sliver elements was analyzed in detail. Based on the analysis, it was concluded that the existing refinement algorithms could not completely eliminate the Sliver elements. A relatively good mesh refinement method was improved, and the rule for judging the Sliver elements was modified and optimized. The new method can eliminate the Sliver elements completely and improve the overall mesh quality significantly. The practical applications indicate that the improved algorithm is strict, effective and easy to implement.

Key words: centrifugal pumps, mesh generation, algorithm, computational fluid dynamics, sliver element elimination, mesh refinement, algorithm improvement