

游隙对双列调心球轴承静力学性能影响及游隙控制分析

卓耀彬^{1,2}, 周晓军^{1*}

(1. 浙江大学流体传动及控制国家重点实验室, 杭州 310027; 2. 丽水学院工学院, 丽水 323000)

摘要: 为了分析游隙对轴承静力学性能的影响, 基于赫兹弹性接触原理和变形协调原理, 且在考虑初始游隙和实际接触角变化的前提下, 建立了双列调心球轴承在径向和轴向联合载荷下的静力学数学模型。对静力学平衡方程和未知变量的可行域进行分析, 提出基于 Broyden 秩 1 拟牛顿迭代法的数值求解流程。以调心球轴承 BR12 为例, 建立其非线性静力学平衡方程组并求解, 分析轴承初始游隙对内、外圈相对位移、轴承刚度、负荷分布、实际接触角等的影响情况。分析得出游隙是影响调心球轴承品质的关键因素, 需严格控制。分析各游隙及接触角的几何关系, 进而得到各游隙的简单计算公式, 提出游隙尺寸控制和测量方法。研究结果可为新型双列调心球轴承的额定静、动载荷计算、动力学分析和优化设计等提供理论参考和依据。

关键词: 球轴承, 接触角, 负荷, 分布, 游隙, 拟牛顿法

doi: 10.3969/j.issn.1002-6819.2013.19.008

中图分类号: TH133.33

文献标志码: A

文章编号: 1002-6819(2013)-19-0063-08

卓耀彬, 周晓军. 游隙对双列调心球轴承静力学性能影响及游隙控制分析[J]. 农业工程学报, 2013, 29(19): 63-70.

Zhuo Yaobin, Zhou Xiaojun. Analysis of effect of clearance on static mechanical behavior for double row self-aligning ball bearing and control of clearance[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering (Transactions of the CSAE), 2013, 29(19): 63-70. (in Chinese with English abstract)

0 引言

双列调心球轴承一般由外圈、内圈、钢球和密封盖等组成, 外圈内侧为凹球面, 内圈的外侧为凸球面。在内圈的凸形球面上设有 2 条环形滚道, 在滚道上排布钢球。由于其调心性能, 可以自动补偿内圈与外圈间的同轴度误差, 适用于轴与壳体间不能严格保证对中的场合, 此类轴承广泛应用于农业机械、工程机械、轻工机械、军工机械等^[1-2]。

滚动轴承设计相关文献[3-9]对调心球轴承的结构尺寸和工作性能进行了分析, 但以上文献在分析此类轴承工作性能时都忽略了游隙的影响, 实际工况下, 轴承都是存在游隙的, 游隙对轴承的寿命、温升、噪声等都有很大的影响, 严格来说, 轴承的承载能力是随游隙的大小而变化的^[1], 所以应予以考虑游隙的影响。

1 考虑游隙的调心球轴承在联合载荷下静力学平衡分析

1.1 受力和负荷分布分析

除加载荷外, 在轴承运转时, 钢球的离心力和陀螺力矩对轴承受力也是有影响的, 但在轴承转速不高时, 常忽略其影响。基于经典的赫兹弹性接触理论和变形协调理论^[3-9], 当调心球轴承同时承受径向和轴向载荷时(内圈承载), 其负荷分布情况如图 1 所示, 此时 2 滚道上的钢球接触角将发生变化, 且在每个滚道上, 不同分布位置上的钢球, 其接触角也各不相同, 同时轴承的初始游隙也将会对负荷分布状态产生显著影响。

1.2 变形的几何关系

考虑初始法向游隙 u_n 及实际接触角的变化时, 在角位置 ψ_i 处, 钢球中心和内、外圈滚道沟曲率中心的相对位置关系如图 2 所示。当轴承内圈受载时, 外圈滚道沟曲率中心 O_e 固定, 而内圈滚道沟曲率中心 O_i 相对移动。

由图 2 中的几何关系, 可求得 $\delta_{1\psi_i}$ 、 $\delta_{2\psi_i}$ 为

$$\delta_{1\psi_i} = \left[(h + \delta_r \cos \psi_i)^2 + (c + \delta_a)^2 \right]^{1/2} - A \quad (1)$$

$$\delta_{2\psi_i} = \left[(h + \delta_r \cos \psi_i)^2 + (c - \delta_a)^2 \right]^{1/2} - A \quad (2)$$

式中, $h=(A-u_n/2)\cos\alpha_0$ 为 O_i 相对于 O_e 的初始径向距离, mm; $c=(A-u_n/2)\sin\alpha_0$ 为 O_i 相对于 O_e 的初始轴向距离, mm。

收稿日期: 2013-05-20 修订日期: 2013-08-26

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51275453)。

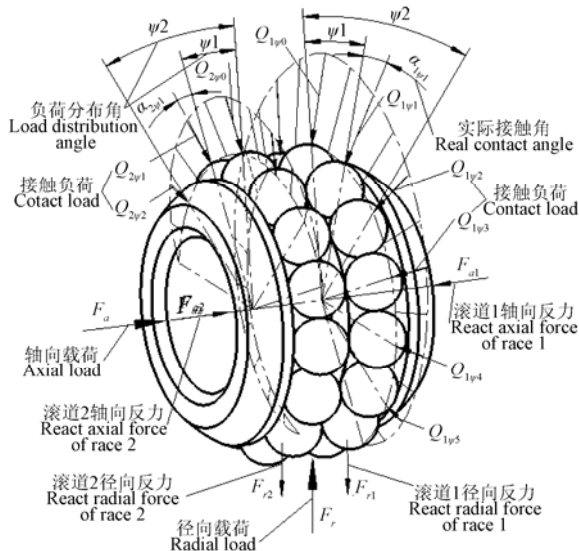
作者简介: 卓耀彬(1981—), 男, 博士生, 讲师。主要研究方向为机械制造自动化、检测技术。杭州 浙江大学流体传动及控制国家重点实验室, 310027。Email: zhuoyaobin@163.com

*通信作者: 周晓军(1958—), 男, 博士, 教授, 博士研究生导师。

主要研究方向为检测、信息处理与质量保证、车辆测试与制造自动化。

杭州 浙江大学流体传动及控制国家重点实验室, 310027。

Email: cmeesky@163.com

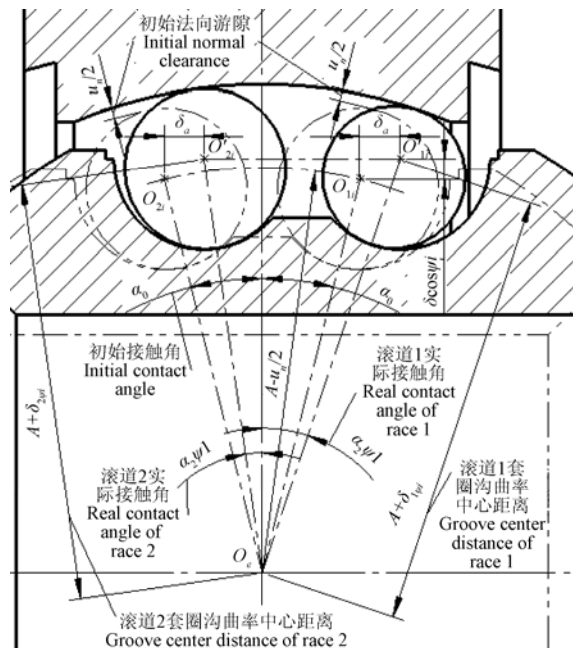


注: ψ_i 为标记 i 的钢球周向分布中心线与径向载荷间的夹角, ($^\circ$), 有 $\psi_0=0, \dots, \psi_i=i \cdot 360^\circ/Z, i=0, 1, \dots, Z-1, Z$ 为每滚道钢球总数; $\alpha_{1\psi_i}$ 、 $\alpha_{2\psi_i}$ 为滚道 1、2 上标记 i 钢球处的实际接触角, ($^\circ$); $Q_{1\psi_i}$ 、 $Q_{2\psi_i}$ 为滚道 1、2 上标记 i 钢球处的接触负荷, N。

Note: ψ_i is angle between circumference line of i th ball and radial load direction, ($^\circ$), $\psi_0=0, \dots, \psi_i=i \cdot 360^\circ/Z, i=0, 1, \dots, Z-1, Z$ is number of balls in every race; $\alpha_{1\psi_i}$ 、 $\alpha_{2\psi_i}$ is real contact angle of i th ball respectively in race 1 and race 2, ($^\circ$); $Q_{1\psi_i}$ 、 $Q_{2\psi_i}$ is contact load of i th ball respectively in race 1 and race 2, N.

图 1 联合载荷下调心球轴承的负荷分布

Fig.1 Load distribution of self-aligning ball bearing under combined loads



注: δ_r 为由于钢球与内、外套圈接触处的弹性变形, O_i 相对于 O_e 的径向移动量, mm; δ_a 为由于钢球与内、外套圈接触处的弹性变形, O_i 相对于 O_e 的轴向移动量, μm ; A 为 $u_0=0$ 时, $\overline{O_e O_i}$ 的设计尺寸, mm; $\delta_{1\psi_i}$ 、 $\delta_{2\psi_i}$ 为滚道 1、2 上标记 i 的钢球处的总弹性变形量, mm。

Note: δ_r is radial movement of O_i relative to O_e due to elastic contact deformation, mm; δ_a is axial movement of O_i relative to O_e due to contact deformation, μm ; A is design size of $\overline{O_e O_i}$ when $u_0=0$, mm; $\delta_{1\psi_i}$ 、 $\delta_{2\psi_i}$ is total elastic deformation at i th ball place respectively in race 1 and race 2, mm.

图 2 联合载荷下调心球轴承的变形几何关系

Fig.2 Geometric deformation of self-aligning ball bearing under combined loads

1.3 接触点曲率分析

根据经典弹性接触理论^[10-18], 要分析两物体间的接触变形和应力, 需分析接触点的曲率状况。两物体接触的曲率和 $\Sigma \rho$ 和曲率差 $F(\rho)$ 是轴承重要的结构设计参数。文献[3-4]给出了此类轴承 $\Sigma \rho$ 和 $F(\rho)$ 的计算公式, 此处对其进一步简化后, 列于表 1 中。

表 1 调心球轴承曲率计算公式

Table 1 Calculation formulas of self-aligning ball bearing ball's contact point curvature

内圈曲率 $\Sigma \rho_i$ Curvature sun of inner ring/(mm ⁻¹)	$\frac{1}{D_b} \left(4 - \frac{1}{f_i} + \frac{1}{f_e - 1} \right)$
内圈曲率差 $F(\rho_i)$ Curvature difference of inner ring/(mm ⁻¹)	$\frac{f_i + f_e - 1}{4f_i f_e - 3f_i - f_e + 1}$
外圈曲率 $\Sigma \rho_e$ Curvature sun of outer ring/(mm ⁻¹)	$\frac{2}{D_b} \left(2 - \frac{1}{f_e} \right)$
外圈曲率差 $F(\rho_e)$ Curvature difference of outer ring/(mm ⁻¹)	0

注: D_b 为钢球直径, mm; f_i 为内圈沟曲率半径系数; f_e 为外圈沟曲率半径系数。
Note: D_b is ball diameter, mm; f_i is inner ring groove radius parameter; f_e is outer ring groove radius.

1.4 接触负荷计算

赫兹 (Hertz) 最早研究了 2 个弹性体的接触问题, 在某些简化假设下求得接触面的压力分布以及物体的接触应力。由赫兹弹性接触理论可得

$$Q_{1\psi_i} = \begin{cases} (\delta_{1\psi_i} / K_n)^{3/2} & \delta_{1\psi_i} > 0 \\ 0 & \delta_{1\psi_i} \leq 0 \end{cases} \quad (3)$$

$$Q_{2\psi_i} = \begin{cases} (\delta_{2\psi_i} / K_n)^{3/2} & \delta_{2\psi_i} > 0 \\ 0 & \delta_{2\psi_i} \leq 0 \end{cases} \quad (4)$$

式中, K_n 为由 $\Sigma \rho$ 和 $F(\rho)$ 确定的系数。

1.5 负荷分布区夹角计算

轴承转速不高时, 可忽略钢球离心力的影响, 所以当轴承受载时, 并不是所有的钢球都承受载荷, 当 $\delta_{\psi_i}=0$ 时, 可求得负荷分布区夹角之半 ψL , 由此求得滚道 1、2 的 $\psi 1L$ 、 $\psi 2L$ 分别为

$$\psi 1L = \arccos \left\{ \frac{\left[A^2 - (c + \delta_a)^2 \right]^{1/2} - h}{\delta_r} \right\} \quad (5)$$

$$\psi 2L = \arccos \left\{ \frac{\left[A^2 - (c - \delta_a)^2 \right]^{1/2} - h}{\delta_r} \right\} \quad (6)$$

1.6 建立静力学平衡方程

考虑作用于调心球轴承内圈的力应该平衡, 分别考虑径向方向和轴向方向的平衡, 则有

$$F_r - F_{r1} - F_{r2} = 0 \quad (7)$$

$$F_a - F_{a1} + F_{a2} = 0 \quad (8)$$

式中,

$$\begin{aligned}
 F_{r1} &= \sum_{i=0}^{Z-1} Q_{1\psi i} \cos \alpha_{1\psi i} \cos \psi i \\
 F_{r2} &= \sum_{i=0}^{Z-1} Q_{2\psi i} \cos \alpha_{2\psi i} \cos \psi i \\
 F_{a1} &= \sum_{i=0}^{Z-1} Q_{1\psi i} \sin \alpha_{1\psi i} \\
 F_{a2} &= \sum_{i=0}^{Z-1} Q_{2\psi i} \sin \alpha_{2\psi i} \\
 \cos \alpha_{1\psi i} &= \frac{h + \delta_r \cos \psi i}{\left[(h + \delta_r \cos \psi i)^2 + (c + \delta_a)^2 \right]^{1/2}} \\
 \sin \alpha_{1\psi i} &= \frac{c + \delta_a}{\left[(h + \delta_r \cos \psi i)^2 + (c + \delta_a)^2 \right]^{1/2}} \\
 \cos \alpha_{2\psi i} &= \frac{h + \delta_r \cos \psi i}{\left[(h + \delta_r \cos \psi i)^2 + (c - \delta_a)^2 \right]^{1/2}} \\
 \sin \alpha_{2\psi i} &= \frac{c - \delta_a}{\left[(h + \delta_r \cos \psi i)^2 + (c - \delta_a)^2 \right]^{1/2}}
 \end{aligned}$$

2 调心球轴承静力学平衡方程组求解方法分析

2.1 方程组和变量可行域分析

以上几何关系式和平衡方程组是分析调心球轴承在联合载荷下静力学平衡的基本方程组, 考虑了初始游隙和实际接触角变化的影响。以上所有方程可简化表示为

$$\mathbf{F}(\delta_r, \delta_a) = \begin{pmatrix} f_1 = F_r - F_{r1} - F_{r2} \\ f_2 = F_a - F_{a1} + F_{a2} \end{pmatrix} = 0 \quad (9)$$

且由分析可知, 未知量 δ_r 、 δ_a 应满足以下约束条件

$$\begin{cases} (\delta_r + h)^2 + (\delta_a + c)^2 > A^2 & F_r > 0, F_a > 0 \\ \delta_r = 0 & F_r = 0 \\ \delta_a = 0 & F_a = 0 \end{cases} \quad (10)$$

由式 (10) 可得 δ_r 、 δ_a 的可行区域如图 3 所示。

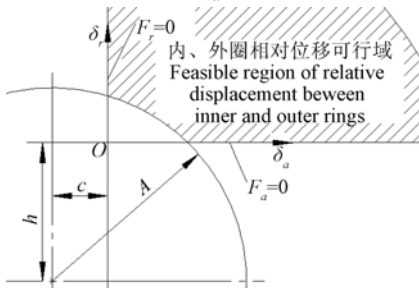


图 3 内、外圈相对位移可行域

Fig.3 Feasible region of relative displacement between inner and outer rings

2.2 迭代算法、求解流程及初始值分析

虽然平衡方程和未知量都为 2 个, 但表达式较复杂, 用精确的解析方法求解此非线性平衡方程组是比较困难的, 所以须采用合适的数值解法来进行求解。此处采用 Broyden 秩 1 拟牛顿迭代法^[19-24]进行数值求解。得到以下迭代方程

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \delta_r^{k+1} \\ \delta_a^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_r^k \\ \delta_a^k \end{bmatrix} - A_k^{-1} \begin{bmatrix} f_1(\delta_r^k, \delta_a^k) \\ f_2(\delta_r^k, \delta_a^k) \end{bmatrix} \\ s_k = \begin{bmatrix} \delta_r^{k+1} \\ \delta_a^{k+1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \delta_r^k \\ \delta_a^k \end{bmatrix} \\ y_k = \begin{bmatrix} f_1(\delta_r^{k+1}, \delta_a^{k+1}) \\ f_2(\delta_r^{k+1}, \delta_a^{k+1}) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} f_1(\delta_r^k, \delta_a^k) \\ f_2(\delta_r^k, \delta_a^k) \end{bmatrix} \\ A_{k+1} = A_k + \frac{1}{\|s_k\|_2^2} (y_k - A_k s_k) s_k^T \end{cases} \quad k = 0, 1, \dots \quad (11)$$

根据以上迭代方程, 设计求解流程如图 4 所示。

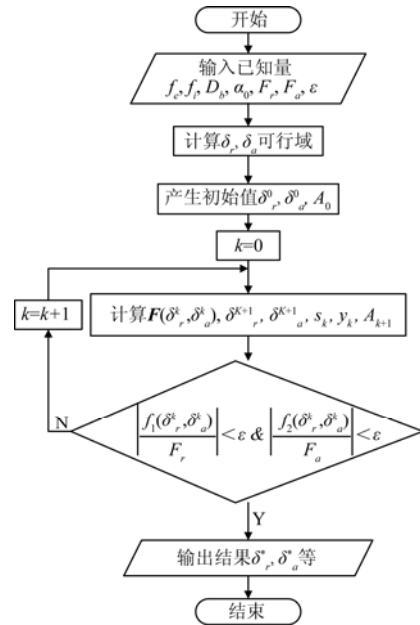


图 4 调心球轴承静力学平衡方程组求解流程

Fig.4 Solution process of self-aligning ball bearing's static balance equation

由图 4 可以看出, 迭代算法的关键是选择合适的初始值 δ_r^0 、 δ_a^0 、 A_0 。 δ_r^0 、 δ_a^0 可在其可行域内随机产生, A_0 经多次试算证明, 当 A_0 满足 $A_0 \approx \begin{bmatrix} 50000 & 0 \\ 0 & 50000 \end{bmatrix}$ 时, 迭代次数最少, 约为 10 次左右。

3 游隙对调心球轴承静力学性能的影响

为验证以上非线性平衡方程组以及求解方法

的准确性，并分析游隙对调心球轴承静力学性能的影响，此处选用浙江振华轴承制造有限公司生产的调心球轴承 BRF12，其结构尺寸参数见表 2，建立其在联合载荷下的静力学平衡方程组，并采用 Broyden 秩 1 拟牛顿迭代法求得数值最优解。

3.1 游隙对 δ_r 及径向刚度 K_r 的影响

如图 5a 所示，在 F_a 较小时，由于初始游隙 u_n 的影响， δ_r 将产生相当于较大增长，增长量略大于 $u_n/2$ ；而随着 F_a 的增大，内圈的轴向移动抵消了游隙的影响， δ_r 基本不变。

表 2 调心球轴承 BRF12 几何参数
Table 2 Geometric parameters of self-aligning ball bearing BRF12

几何参数 Geometrical parameter	数值 Value
钢球直径 D_b Ball diameter/mm	3.969
外圈沟曲率半径系数 f_e Outer ring groove radius parameter	2.965
每列钢球数量 Z Number of balls in every race	15
内圈沟曲率半径系数 f_i Inner ring groove radius parameter	0.52
初始接触角 α_0 Initial contact angle/(°)	12.7

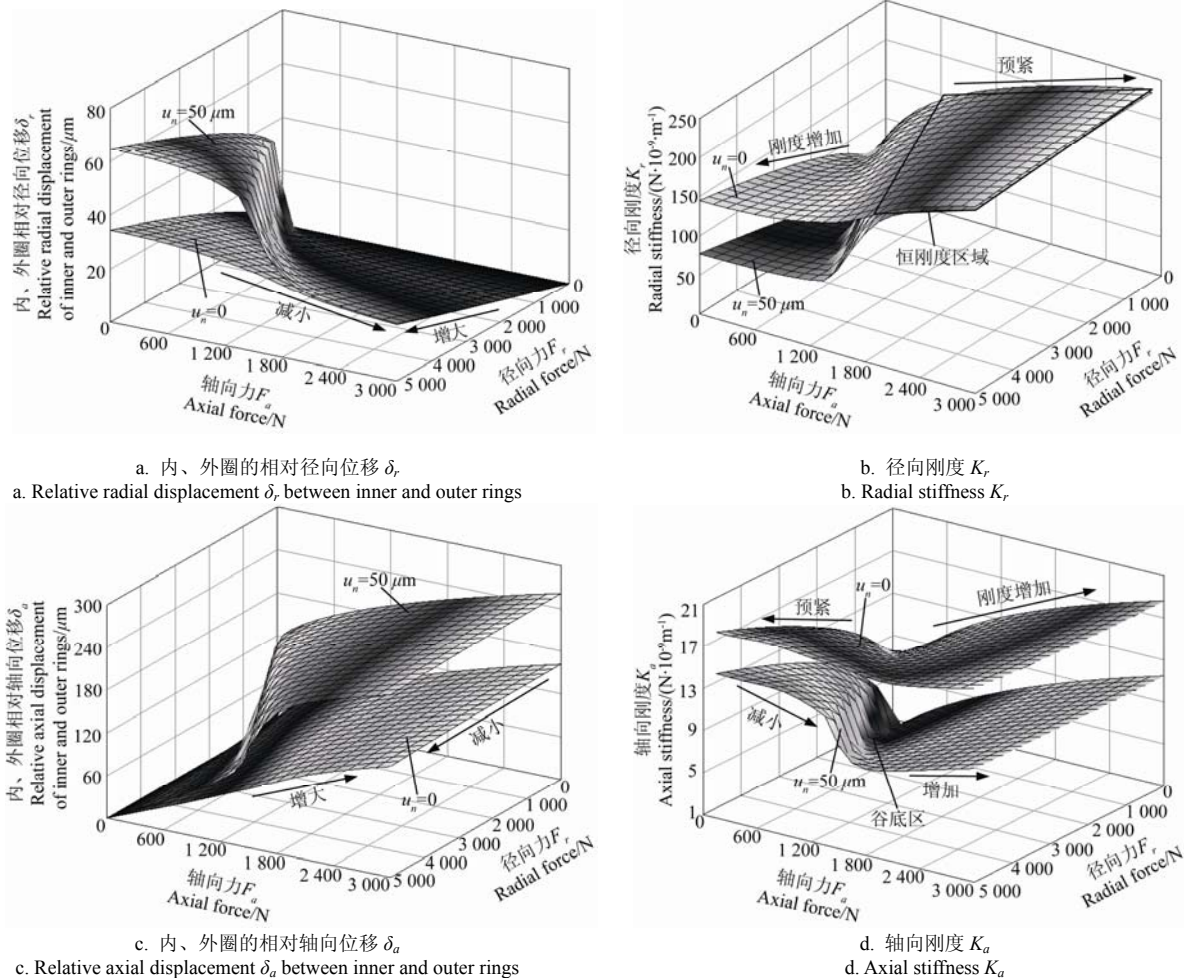


图 5 游隙对内、外圈相对位移和轴承刚度的影响

Fig.5 Effect of clearance on relative displacement between inner and outer rings and bearing stiffness

调心球轴承径向刚度 $K_r=F_r/\delta_r$ 的变化情况如图 5b 所示。由图 5b 可知，游隙增大降低了轴承径向刚度，而预加轴向力 F_a ，会有一个“恒刚度区域”，在此区域，可以忽略游隙的影响。

3.2 游隙对 δ_a 及轴向刚度 K_a 的影响

如图 5c 所示，在 F_r 较小时，由于 u_n 的影响， δ_a 将产生相当于较大增长，增长量多倍于 $u_n/2$ ；而随着 F_r 的增大，内圈的径向移动抵消了游隙的影响。

调心球轴承轴向刚度 $K_a=F_a/\delta_a$ 的变化情况如图

5d 所示。由图 5d 可知，游隙增大将整体降低了轴向刚度，且会出现一个明显的刚度“谷底区”，在此区域前，随 F_a 增大，轴向刚度减小，在此区域后，随 F_a 增大，轴向刚度增大。

由以上分析可知，在联合载荷作用下，内、外圈的相对位移将首先克服游隙的影响，才会产生弹性变形。在克服游隙阶段，轴承的刚度是比较小的。

3.3 游隙对最大接触负荷 Q_{1max} 、 Q_{2max} 的影响

如图 6a 所示，在 F_a 较小时，由于初始游隙的

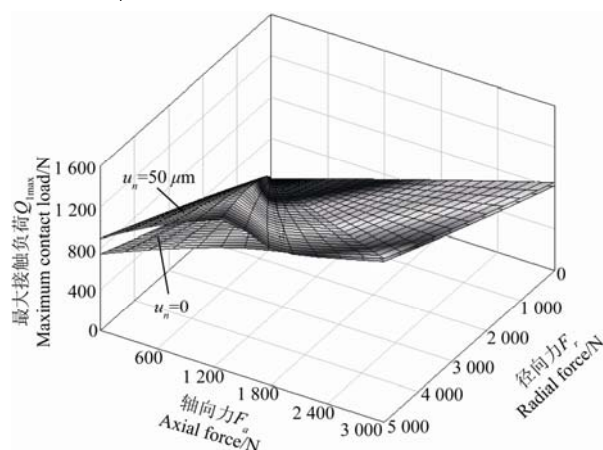
影响, $Q_{1\max}$ 约增长了 20%; 而随 F_a 的增大, 负荷分布区扩大, $Q_{1\max}$ 只略有增加。轴承额定静载荷决定于其能承受的最大接触负荷 Q , 可见游隙增大, 将降低轴承的静承载能力。

如图 6b 所示, $Q_{2\max}$ 约增大了 20%, 滚道 2 的承载区域减小, 分界线由 $F_a \approx 0.4073F_r$ 缩小为 $F_a \approx 0.2936F_r$ 。可见, 随游隙的增大, 轴承双边承

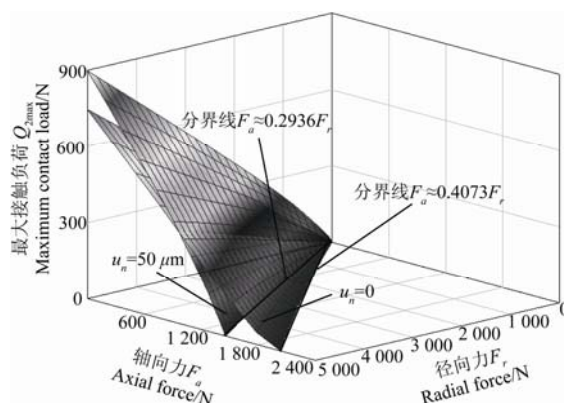
载稳定工作区将缩小。

3.4 游隙对实际接触角的影响

由如图 7 所示, 由于游隙的影响, 滚道 1 的实际接触角增大, 而滚道 2 的实际接触角减小; 在滚道 1 上, $\alpha_{1\psi i}$ 在双边承载向单边承载过渡时出现一个“瀑布区”, 说明发生了接触角的剧变。



a. 最大接触负荷 $Q_{1\max}$
a. Maximum contact load $Q_{1\max}$



b. 最大接触负荷 $Q_{2\max}$
b. Maximum contact load $Q_{2\max}$

图 6 游隙对最大接触负荷的 $Q_{1\max}$ 、 $Q_{2\max}$ 的影响

Fig.6 Effect of clearance on maximum contact loads $Q_{1\max}$, $Q_{2\max}$

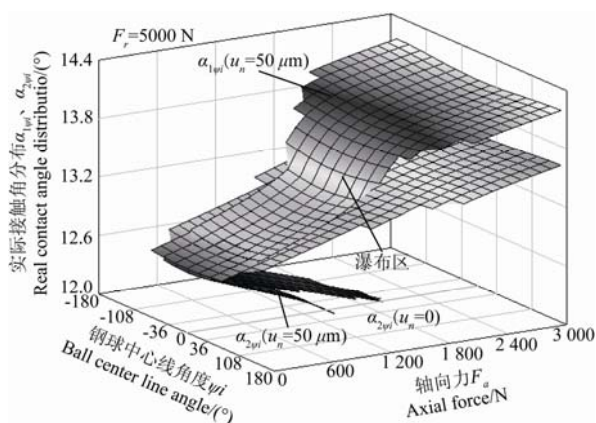


图 7 游隙对实际接触角分布 $\alpha_{1\psi i}$ 、 $\alpha_{2\psi i}$ 的影响

Fig.7 Effect of clearance on real contact angle distribution

$\alpha_{1\psi i}$, $\alpha_{2\psi i}$

3.5 游隙对负荷分布的影响

当初始游隙为零时, 负荷分布区夹角变化如图 8a 所示, 随 F_a 的增大, ψ_{2L} 变化趋势为 $90^\circ \rightarrow 0$, ψ_{1L} 变化趋势为 $90^\circ \rightarrow 180^\circ$, 在单边承载区, $\psi_{2L}=0$, $\psi_{1L}=180^\circ$ 。

当初始游隙不为零时, 负荷分布区夹角变化如图 8b 所示, 在双边承载区, 随游隙的增加, 负荷分布夹角明显减小, 而随 F_r 增大, ψ_L 略有增大; 在单边承载区, ψ_{1L} 趋于 180° 之前也出现了一个“瀑布区”。

当初始游隙为零时, 负荷分布 $Q_{1\psi i}$ 如图 9a 所示。可见当 $\psi i=0$ 时, $Q_{1\psi i}$ 达到最大值; 随着 ψi 增大, $Q_{1\psi i}$ 减小。

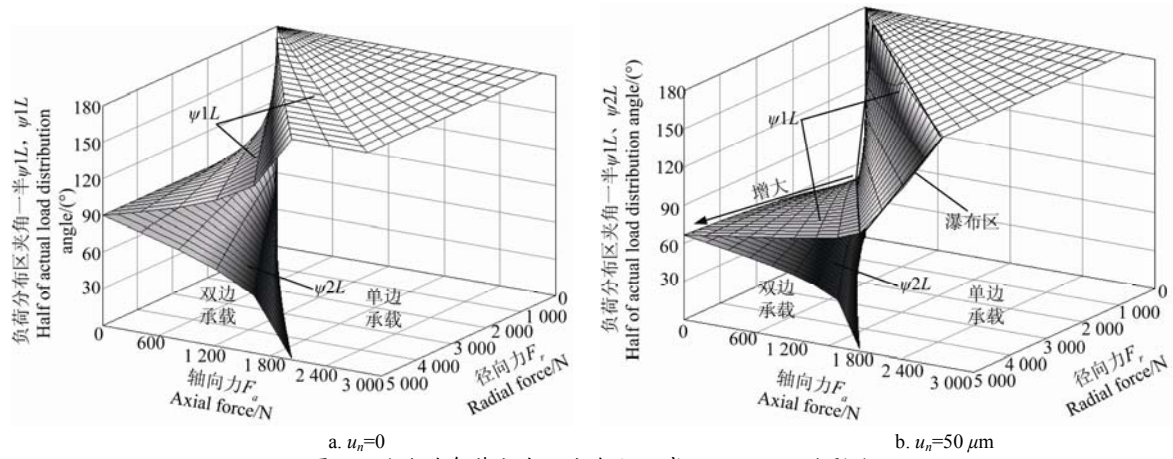
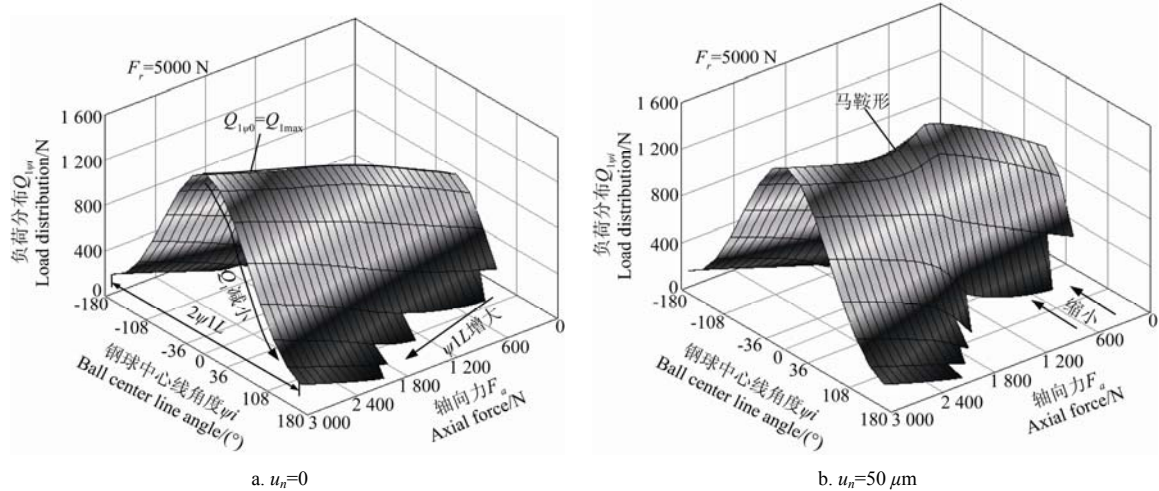
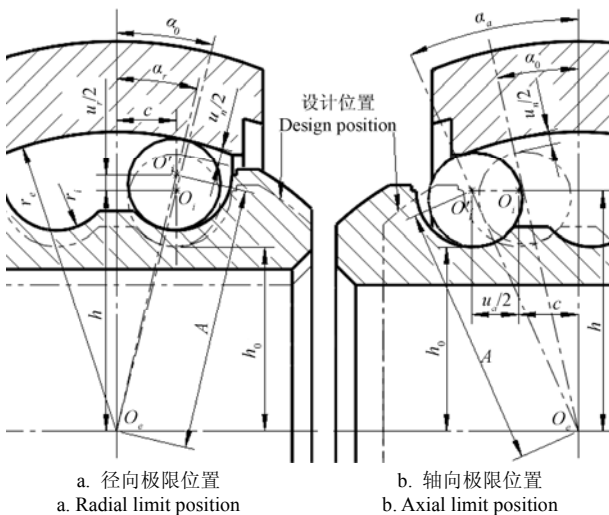
当初始游隙不为零时, 负荷分布 $Q_{1\psi i}$ 如图 9b 所示。可见轴承受载状态从双边承载区进入单边承载区时, $Q_{1\psi i}$ 会出现“马鞍形”的变化规律, 且在双边承载区, $Q_{1\psi i}$ 分布范围明显缩小, 负荷分布状态变得恶劣。

4 游隙的计算和控制分析

文献[3-9]中指出, 游隙是调心球轴承的重要结构参数, 影响到轴承的负荷分布、承载能力、振动、噪声、摩擦和寿命等。由以上计算分析可知, 游隙增大, 将使调心球轴承的负荷分布状态变得恶劣, 增大了轴承的最大负荷, 从而降低调心球轴承的承载能力, 所以在生产和使用过程中, 都必须控制调心球轴承游隙值, 从而保证轴承的正常工作。

4.1 游隙及接触角几何关系分析

钢球调心球轴承的游隙按移动方向可分为法向游隙、径向游隙和轴向游隙, 且游隙和接触角之间存在一定的几何关系^[3-4,25-26]。如图 10 所示, 是轴承设计位置与极限位置之间的几何关系, 以及游隙和接触角之间的关系。

图8 游隙对负荷分布区夹角之一半 ψ_{1L} 、 ψ_{2L} 的影响Fig.8 Effect of clearance on the half of actual load distribution angle ψ_{1L} , ψ_{2L} 图9 游隙对负荷分布 $Q_{1\psi i}$ 的影响Fig.9 Effect of clearance on load distribution $Q_{1\psi i}$ a. 径向极限位置
a. Radial limit positionb. 轴向极限位置
b. Axial limit position

注: r_e 为外圈沟曲率半径, mm; r_i 为内圈沟曲率半径, mm; u_a 为轴向游隙, mm; u_r 为径向游隙, mm; a_r 为径向初始接触角, ($^\circ$); α_a 为轴向初始接触角, ($^\circ$); $h_0 = h - r_i$ 为内圈滚道到轴承轴线的距离, mm。
Note: r_e is outer ring groove radius, mm; r_i is inner ring groove radius, mm; u_a is axial clearance, mm; u_r is radial clearance, mm; a_r is free radial contact angle, ($^\circ$); α_a is free axial contact angle, ($^\circ$); $h_0 = h - r_i$ is distance between inner ring race and bearing axis, mm.

图10 调心球轴承游隙与接触角的关系

Fig.10 Relationship between clearance and contact angle in self-aligning ball bearing

由设计位置、径向极限位置和轴向极限位置三者的几何关系可得

$$h^2 + c^2 = \left(A - \frac{u_n}{2}\right)^2 \quad (12)$$

$$\left(h + \frac{u_r}{2}\right)^2 + c^2 = A^2 \quad (13)$$

$$h^2 + \left(c + \frac{u_a}{2}\right)^2 = A^2 \quad (14)$$

整理式 (12) 至式 (14), 忽略微小量的影响, 可近似得

$$Au_n \approx hu_r \approx cu_a \quad (15)$$

式 (15) 与游隙对 δ_r 、 δ_a 影响的分析是一致的。

由图 10 还可得出法向初始接触角, 径向初始接触角和轴向初始接触角三者的关系为 $\alpha_a > \alpha_0 > \alpha_r$ 。

4.2 游隙尺寸链计算和控制分析

4.2.1 游隙尺寸链计算

由图 10 可得游隙的尺寸链计算公式为

$$\frac{u_n}{2} = r_e + r_i - D_b - \sqrt{(h_0 + r_i)^2 + c^2} \quad (16)$$

由式 (16) 可知, 游隙的设计参数有 5 个, 分别为 r_e 、 r_i 、 D_b 、 h_0 和 c 。为了分析各参数对游隙的影响, 对式 (16) 两边取微分, 可得

$$\Delta \frac{u_n}{2} = \Delta r_e + (1 - \cos \alpha_0) \Delta r_i - \Delta D_b - \Delta h_0 \cos \alpha_0 - \Delta c \sin \alpha_0 \quad (17)$$

由式 (17) 可知, 游隙与 r_e 、 r_i 成正比, 而与 D_b 、 h_0 和 c 成反比。由于调心球轴承的初始接触角 α_0 取值在 $10^\circ \sim 15^\circ$ 之间, 所以可以忽略 r_i 和 c 的影响, 而钢球为标准件, 其尺寸较好控制, 此处也忽略其影响, 由此可得

$$\Delta \frac{u_n}{2} \approx \Delta r_e - \Delta h_0 \quad (18)$$

由式 (18) 可知, 调心球轴承的游隙主要取决于设计参数 r_e 和 h_0 , 所以在生产制造过程中, 需要严格控制这两个结构尺寸参数值。

4.2.2 游隙的测量控制

因为游隙是影响调心球轴承品质的关键因素, 所以在生产轴承时需要精确测量游隙值, 但初始法向游隙 u_n 却很难直接测量得到。由式 (15) 可得

$$u_n \approx u_a \frac{c}{A} = u_a \sin \alpha_0 \quad (19)$$

由式 (19) 可知, 可以通过测量轴向游隙 u_a , 而间接算得 u_n , 且轴向游隙 u_a 的测量较为方便, 测量准确性高。由上式可知, 在同样仪器测量精度的情况下, 此方法将比直接测量法向游隙提高精度 4~5 倍。

5 结 论

1) 基于赫兹弹性接触理论和变形协调理论, 考虑初始游隙和实际接触角变化的影响, 建立调心球轴承在联合载荷下的静力学平衡方程。

2) 对平衡方程组和变量可行域进行分析, 提出基于 Broyden 秩 1 拟牛顿迭代法的数值求解流程。

3) 通过实例计算, 分析得到游隙对轴承内、外圈相对位移、轴承刚度、负荷分布、实际接触角等的影响情况, 得出游隙是影响调心球轴承品质的关键因素。

4) 分析各游隙及游隙和接触角的几何关系, 得到各游隙的简单计算公式, 提出游隙尺寸控制和测量方法。

新型双列调心球轴承的额定静、动载荷计算、动力学分析和优化设计等需要进一步研究。

[参 考 文 献]

- [1] 机械设计手册编委会. 机械设计手册[M]. 北京: 机械工业出版社, 2004.
- [2] 宋安民. 一种关节轴承[P]. 中国专利: CN1928375, 2007-03-01.

- [3] HARRIS T A. Rolling bearing analysis[M]. New York: John Wiley and Sons Inc, 2006.
- [4] 万长森. 滚动轴承的分析方法[M]. 北京: 机械工业出版社, 1987.
- [5] Aydin Gunduz, Jason T. Dreyer, Rajendra Singh. Effect of bearing preloads on the modal characteristics of a shaft-bearing assembly: Experiments on double row angular contact ball bearings[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2012, 31: 176—195.
- [6] Cao Y, Altintas Y. A general method for the modeling of spindle-bearing systems[J]. Journal of Mechanical Design, 2004, 126(6): 1089—1104.
- [7] Bercea D N, Cavallaro G. A unified and simplified treatment of the non-linear equilibrium problem of double-row rolling bearings. Part 1: Rolling bearing model[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology, 2003, 217(3): 205—212.
- [8] Cao M. A refined double-row spherical roller bearing model and its application in performance assessment of moving race shaft misalignments[J]. Journal of Vibration and Control, 2007, 13(8): 1145—1168.
- [9] Cao M, Xiao J. A comprehensive dynamic model of double-row spherical roller bearing-model development and case studies on surface defects, preloads, and radial clearance[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2008, 22(2): 467—489.
- [10] 范天佑译. 经典弹性理论中的接触问题[M]. 北京: 北京大学出版社, 1991.
- [11] 陆明万, 罗学富. 弹性理论基础[M]. 北京: 清华大学出版社, 1990.
- [12] 唐云冰, 高德平, 罗贵火. 航空发动机高速滚珠轴承力学特性分析与研究[J]. 航空动力学报, 2006, 21(2): 354—360.
- [13] Tang Yunbing, Gao Deping, Luo Guihuo. Research of aero-engine high-speed ball bearing[J]. Journal of Aerospace Power, 2006, 21(2): 354—360. (in Chinese with English abstract)
- [14] Neng Tungliao, Jen Finlin. A new method for the analysis of deformation and load in a ball bearing with variable contact angle[J]. Transactions of the ASME, 2001, 123(2): 304—312.
- [15] Yuan Ding, Jiang Shuyun. Analysis of dynamic characteristics of self-aligning ball bearing[J]. Journal of Southeast University, 2010, 26(3): 410—414.
- [16] 袁丁, 蒋书运. 调心球轴承动态特性参数分析[J]. 东南大学学报, 2010, 26(3): 410—414. (In English with Chinese Abstract)
- [17] Hoepflich, Michael R. Rolling element bearing contact geometry analysis[J]. Tribology Transactions, 1995, 38(4): 879—882.
- [18] 赵春江, 孙永春, 王建梅. 高速角接触球轴承接触角的求解分析[J]. 轴承, 2008(10): 1—4.
- [19] Zhao Chunjiang, Sun Yongchun, Wang Jianmei. Analysis on contact angle of high-speed angular contact ball bearings[J]. Bearing, 2008(10): 1—4. (in Chinese with English abstract)
- [20] 吴云鹏, 张文平, 孙立红. 滚动轴承力学模型的研究及其发展趋势[J]. 轴承, 2004(7): 44—46.
- [21] Wu Yunpeng, Zhang Wenping, Sun Lihong. The research and development trend of rolling bearing mechanics model[J]. Bearing, 2004(7): 44—46. (in Chinese with English abstract)
- [22] 朱益利, 金超武, 许磊, 等. 滚珠轴承力学模型的数值求解方法研究[J]. 中国机械工程, 2013, 24(4): 427—431.
- [23] Zhu Yili, Jin Chaowu, Xu Lei, et al. Numerical solution methods of ball bearing mechanics model[J]. China

- Mechanical Engineering, 2013, 24(4): 427—431. (in Chinese with English abstract)
- [19] 李庆扬, 王能超, 易大义编. 数值分析第 5 版[M]. 北京: 清华大学出版社, 2008.
- [20] 陈宝林. 最优化理论与算法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005.
- [21] 王东峰, 叶军, 杨伯原, 等. 双列角接触球轴承的多目标优化设计[J]. 轴承, 2007(8): 8—10.
Wang Dongfeng, Ye Jun, Yang Boyuan, et al. Optimal design of the double row angular Contact ball bearings[J]. Bearing, 2007(8): 8—10. (in Chinese with English abstract)
- [22] 彭波, 王黎钦, 崔立, 等. 角接触球轴承分析模型的数值求解[J]. 南京航空航天大学学报, 2009, 41(3): 370—374.
Peng Bo, Wang Liqin, Cui Li, et al. Numerical solution of analysis model for angular-contact ball bearings[J]. 2009, 41(3): 370—374. (in Chinese with English abstract)
- [23] 柳辉. 解非线性方程的牛顿迭代法及其应用[J]. 重庆工学院学报: 自然科学版, 2007, 21(8): 95—98.
Liu Hui. Newton iteration method for nonlinear equation solutions and its application[J]. Journal of Chongqing Institute of Technology: Natural Science Edition, 2007, 21(8): 95—98. (in Chinese with English abstract)
- [24] 陈忠, 廖文军, 费浦生. 一类改进的 Broyden 算法的收敛性分析[J]. 武汉理工大学学报, 2003, 25(6): 77—79.
Chen Zhong, Liao Wenjun, Fei Pusheng. Convergence analysis of a class of improved broyden methods[J]. Journal of Wuhan University of Technology, 2003, 25(6): 77—79. (in Chinese with English abstract)
- [25] 卢振伟. 调心球轴承轴向游隙与径向游隙的关系[J]. 轴承, 1991(6): 6—9.
Lu Zhenwei. The relation between axial internal clearance and radial internal clearance of self-aligning ball bearing[J]. Bearing, 1991(6): 6—9. (in Chinese with English abstract)
- [26] 赵广炎. 调心球轴承游隙与接触角的关系[J]. 轴承, 1996(12): 6—8.
Zhao Guangyan. The relation between clearance and contact angle of self-aligning ball bearing[J]. Bearing, 1996(12): 6—8. (in Chinese with English abstract)

Analysis of effect of clearance on static mechanical behavior for double row self-aligning ball bearing and control of clearance

Zhuo Yaobin^{1,2}, Zhou Xiaojun^{1*}

(1. State Key Laboratory of Fluid Power Transmission and Control, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China;

2. College of Technology, Lishui University, Lishui 323000, China)

Abstract: Double row self-aligning ball bearing generally consists of outer ring, inner ring, ball and sealing cover, etc. Because of its self-aligning working properties, this type of bearings have been widely used in various mechanical systems, such as agricultural machinery, engineering machinery, light industry machinery, military machinery, etc. Related rolling bearing design literatures have already analyzed the structure size and work performance of double row self-aligning ball bearings, but these literatures all ignore the effect of clearance when analyzing performance of this type of bearings. In practical conditions, bearing clearance has great influence on the bearing performance, so it must be considered. In this paper, the static mathematical model of double row self-aligning ball bearing under radial and axial combined loads has been established, based on Hertz elastic contact theory and deformation compatibility theory, also under the premise of considering of initial clearance and the change of real contact angle. In the meantime, related factors of bearing static equilibrium have been analyzed and calculated, such as load distribution, geometric deformation, principal curvatures of ball contact point, contact load, load distribution angle, etc. After analyzing the static balance equations and feasible region of unknown variables, the procedure of numerical solution based on Broyden rank 1 Quasi-Newton method has been presented. And the initial value of iteration is analyzed and optimized to reduce the iterative time. In order to verify the accuracy of the above nonlinear equilibrium equations and the solving method and to analyze the impact of clearance for double row self-aligning ball bearing static performance, as an example of double row self-aligning ball bearing BRF12, which is produced by Zhejiang Zhenhua Bearing Manufacturing Company, its non-linear static equilibrium equations are established and solved, and then analyze the influence of clearance on relative displacement of inner and outer rings, bearing axial stiffness, bearing radial stiffness, load distribution, maximum contact load, actual load distribution angle, real contact angle, etc. It can be derived from the above calculation and analysis that clearance is a key factor affecting double row self-aligning ball bearing working quality, so it should be strictly controlled. After analysis of the geometrical relationship of all kinds of clearances and contact angles, a simple calculation formula of all kinds of clearances and clearance dimension chain has been obtained, and dimension control and measuring method of clearance has been presented. The research provides a theoretical reference for designing and analyzing of the new type double row self-aligning ball bearings, such as the calculation of static load rating and dynamic load rating, the kinetic analysis, and the optimal design.

Key words: ball bearings, contact angle, loads, distribution, clearance, quasi-newton method

(责任编辑: 张俊芳)