

全站仪测量立木胸径树高及材积的误差分析

于东海¹, 冯仲科^{1*}, 曹 忠², 蒋君志伟¹

(1. 北京林业大学精准林业北京市重点实验室, 北京 100083; 2. 国家林业局昆明勘察设计院, 昆明 650216)

摘 要: 立木材积表是常用的森林调查数表, 胸径、树高和材积的测量精度直接影响到编制材积表的精度, 该文以全站仪无损测量立木的原理和误差传播理论为基础, 推导了测算胸径、树高、材积误差的数学模型, 研究了各立木因子间的相关性及其误差变化规律。结果表明: 树干各分段高度与分段直径间存在弱相关性, 树干总材积的误差受各分段材积的方差和相邻两段材积间的协方差影响。全站仪立木因子测量理论误差材积大于树高和胸径, 其中胸径、树高和材积的平均相对误差分别为 0.070%、0.023%和 0.235%, 说明全站仪无损测量立木的理论精度均远高于不同目标的林业调查及编制材积表的精度要求, 对大范围的林业生产实践有着现实意义。

关键词: 木材; 测量; 误差分析; 全站仪; 误差传播定律

doi: 10.11975/j.issn.1002-6819.2016.17.022

中图分类号: S758.1

文献标志码: A

文章编号: 1002-6819(2016)-17-0160-08

于东海, 冯仲科, 曹 忠, 蒋君志伟. 全站仪测量立木胸径树高及材积的误差分析[J]. 农业工程学报, 2016, 32(17): 160—167. doi: 10.11975/j.issn.1002-6819.2016.17.022 <http://www.tcsae.org>

Yu Donghai, Feng Zhongke, Cao Zhong, Jiang Junzhiwei. Error analysis of measuring diameter at breast height and tree height and volume of standing tree by total station[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering (Transactions of the CSAE), 2016, 32(17): 160—167. (in Chinese with English abstract) doi: 10.11975/j.issn.1002-6819.2016.17.022 <http://www.tcsae.org>

0 引 言

立木的胸径、树高、材积是林业调查中最为重要的测量因子^[1-2]。胸径和树高的测量^[3-4]精度直接影响到单木材积的准确性, 而为了采集材积表^[5-7]的建模样本, 中国每年要选取约 30 万株优势立木^[8]进行伐倒解析试验, 这种方法虽然有较高的精度, 但对森林造成的破坏性大, 因此, 能否找到一种既保证精度又不对树木造成伤害的方法成为林业工作需要解决的难点问题。近年来, 现代新仪器及技术的日趋成熟为解决此类问题提供了可能。黄晓东等^[9-11]利用普通数码相机提取立木因子; 樊江川^[12]运用无人机航空摄影像片提取单木树高信息; Zaman 等^[13-19]利用三维激光扫描系统提取测树因子并测定立木的材积和三维体积。但用数码相机进行测树时存在像片树径边缘的选点误差, 无人机航摄所得影像受地形影响较大, 导致树木信息提取的精度不高; 而三维激光扫描仪价格昂贵且体积大, 不便于在林区中使用。冯仲科等^[20-23]提出用电子光学仪器对立木进行无损测量的方法在林业调查中逐渐得到应用; 曹忠等^[24]对不同精度电子经纬仪测量立木材积的误差进行了分析; 高祥等^[25]提出了用电子

经纬仪测树技术研究干形指数的方法。Yan 等^[26-27]对全站仪测量立木材积的问题进行了研究; 赵芳等^[28]研究了用全站仪在树冠遮挡条件下测量树高及材积的方法。这些研究说明, 全站仪可以不对林木造成任何伤害就能自动、实时测取立木因子, 实现了对立木进行无损测量的目标。但其测量精度如何、能否代替伐倒木成为编制材积表的主要方法, 目前尚无分析研究。

轻小型免棱镜全站仪的普及使用为高效精确的野外森林观测带来了便利。针对上述情况, 本研究依据误差传播理论, 对全站仪无损测量立木的原理进行误差分析, 选取 10 组北京市落叶松实测数据作为样本, 分析各测量因子之间的相关性及其胸径、树高、材积误差的变化规律, 以期对全站仪无损测量立木的精度提供可靠性支持, 为编制材积表提供科学依据。

1 误差分析原理

全站仪无损测量立木的原理, 首先用胸径尺测量立木树干的地径 D_0 和胸径 D_1 处 (距离地面 1.3 m 处) 的胸高 h_1 , 然后用全站仪测量仪器中心到胸径 D_1 处的斜距 S , 再用全站仪将胸径以上的树干分成 n 段并测量相应位置的水平角 α_i 和天顶距 γ_i (下角标 i 为分段号), 最后运用三角高程原理计算树高 H , 并按照圆台累加法计算得到立木树干的总材积 V , 如图 1。

假设树干干形理想、仪器检校合格无系统误差, 由误差传播理论^[29]知该方法的误差来源于偶然误差, 且主要受全站仪和胸径尺的标称精度影响, 其误差传播机理如图 2 所示。

收稿日期: 2016-03-03 修订日期: 2016-06-28

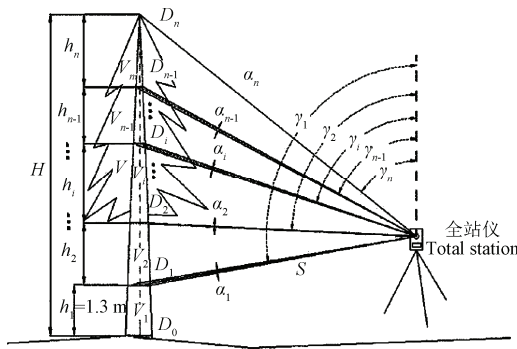
基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (41371001)。

作者简介: 于东海, 男, 甘肃平凉人, 主要研究方向测绘与 3S 技术应用。

北京 北京林业大学精准林业北京市重点实验室, 100083。

Email: yudh1006@163.com

*通信作者: 冯仲科, 男, 甘肃灵台人, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为精准林业、测绘与 3S 集成研究。北京 北京林业大学精准林业北京市重点实验室, 100083。Email: fengzhongke@126.com



注: H 为树高, m; $h_1, \dots, h_i, \dots, h_n$ 为各分段高度, m; V 为总材积, m^3 ; $V_1, \dots, V_i, \dots, V_n$ 为各分段材积, m^3 ; D_0, D_1 分别为地径和胸径, cm; $D_2, \dots, D_i, \dots, D_n$ 为各分段直径, cm; $\alpha_1, \dots, \alpha_i, \dots, \alpha_n$ 为各分段处的水平角, $(^\circ)$; $\gamma_1, \dots, \gamma_i, \dots, \gamma_n$ 为各分段处的天顶距, $(^\circ)$; S 为仪器中心到胸径处的斜距, m。
Note: H is tree height, m; $h_1, \dots, h_i, \dots, h_n$ is height of each part, m; V is total volume, m^3 ; $V_1, \dots, V_i, \dots, V_n$ is volume of each part, m^3 ; D_0 and D_1 are ground diameter and diameter at breast height (DBH), cm; $D_2, \dots, D_i, \dots, D_n$ is diameter of each part, cm; $\alpha_1, \dots, \alpha_i, \dots, \alpha_n$ is horizontal angle of each part, $(^\circ)$; $\gamma_1, \dots, \gamma_i, \dots, \gamma_n$ is zenith angle of each part, $(^\circ)$; S is distance from center of the instrument to DBH of the tree, m.

图 1 全站仪无损测量立木原理图

Fig.1 Schematic diagram for measuring standing tree nondestructively by using total station

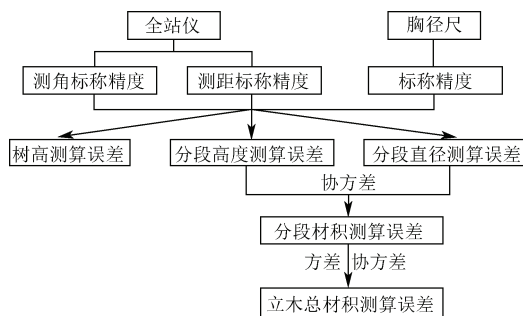


图 2 误差传播机理示意图

Fig.2 Diagram for principle of error propagation

在测量中, 由于观测变量含有误差, 而使其函数也含有误差, 因此需要通过计算函数的方差—协方差阵来评定观测变量函数的精度。方差用于衡量相同变量的总体误差, 协方差用于衡量 2 个不同变量的总体误差。

1.1 树高测算的误差分析

如图 1 所示, 树高 H 是根据斜距 S 、仪器中心相对于胸径 D_1 处的天顶距 γ_1 和树梢 D_n 处的天顶距 γ_n 、以及胸高 h_1 计算得出的, 计算公式为

$$H = S \sin \gamma_1 (\cot \gamma_n - \cot \gamma_1) + h_1. \quad (1)$$

式中 h_1 的高度由胸径尺测得, 值为 1.3 m。

树高 H 的测算误差受斜距 S 、天顶距 γ_1 和 γ_n 、胸高 h_1 的测量精度影响。

对式 (1) 全微分并整理得

$$\begin{aligned} dH &= \sin \gamma_1 (\cot \gamma_n - \cot \gamma_1) dS + \\ &S [\cos \gamma_1 (\cot \gamma_n - \cot \gamma_1) + \csc \gamma_1] d\gamma_1 - \\ &S \sin \gamma_1 \csc^2 \gamma_n d\gamma_n + dh_1 \end{aligned} \quad (2)$$

由于斜距 S 与天顶距 γ_1 、 γ_n 以及胸高 h_1 相互独立, 根据误差传播定律, 则式 (2) 可得

$$\begin{aligned} \sigma_H^2 &= [\sin \gamma_1 (\cot \gamma_n - \cot \gamma_1)]^2 \sigma_S^2 + \\ &[S \cos \gamma_1 (\cot \gamma_n - \cot \gamma_1) + S \csc \gamma_1]^2 \left(\frac{\sigma_{\gamma_1}}{\rho} \right)^2 + \\ &(-S \sin \gamma_1 \csc^2 \gamma_n)^2 \left(\frac{\sigma_{\gamma_n}}{\rho} \right)^2 + \sigma_{h_1}^2 \end{aligned} \quad (3)$$

式中 σ_H^2 为树高 H 的方差; σ_S 为全站仪测量斜距 S 的中误差, σ_{γ_1} 、 σ_{γ_n} 为全站仪测量天顶距 γ_1 、 γ_n 的中误差; σ_{h_1} 为胸径尺测量胸高 h_1 的中误差; ρ 为弧度制与角度制的换算系数, $\rho = (180/\pi)^\circ \times 60' \times 60'' = 206264.80624''$, 取 206265''。

1.2 树干各分段高度与分段直径测算的误差分析

1.2.1 树干各分段高度的方差

如图 1 所示, 树干各分段高度 h_i 是根据斜距 S 、仪器中心相对于胸径 D_1 处的天顶距 γ_1 和各分段处的天顶距 γ_i 计算得出的, 计算公式为

$$h_i = S \sin \gamma_1 (\cot \gamma_i - \cot \gamma_{i-1}) \quad (i = 2, 3, \dots, n). \quad (4)$$

树干各分段高度 h_i 的测算误差受斜距 S 、天顶距 γ_1 、 γ_i 、 γ_{i-1} 的测量精度影响。

对式 (4) 全微分并整理得

$$\begin{aligned} dh_i &= \sin \gamma_1 (\cot \gamma_i - \cot \gamma_{i-1}) dS + S \cos \gamma_1 (\cot \gamma_i - \cot \gamma_{i-1}) d\gamma_1 \\ &+ S \sin \gamma_1 \csc^2 \gamma_{i-1} d\gamma_{i-1} - S \sin \gamma_1 \csc^2 \gamma_i d\gamma_i \end{aligned} \quad (5)$$

由于斜距 S 与天顶距 γ_1 、 γ_i 、 γ_{i-1} 相互独立, 根据误差传播定律, 则式 (5) 可得

$$\begin{aligned} \sigma_{h_i}^2 &= [\sin \gamma_1 (\cot \gamma_i - \cot \gamma_{i-1})]^2 \sigma_S^2 + \\ &[S \cos \gamma_1 (\cot \gamma_i - \cot \gamma_{i-1})]^2 \left(\frac{\sigma_{\gamma_1}}{\rho} \right)^2 + \\ &(S \sin \gamma_1 \csc^2 \gamma_{i-1})^2 \left(\frac{\sigma_{\gamma_{i-1}}}{\rho} \right)^2 + (-S \sin \gamma_1 \csc^2 \gamma_i)^2 \left(\frac{\sigma_{\gamma_i}}{\rho} \right)^2 \end{aligned} \quad (6)$$

式中 $\sigma_{h_i}^2$ 为树干各分段高度 h_i 的方差; $\sigma_{\gamma_{i-1}}$ 、 σ_{γ_i} 分别为测量天顶距 γ_i 、 γ_{i-1} 的中误差。

1.2.2 树干各分段直径的方差

如图 1 所示, 树干各分段直径 D_i 是根据斜距 S 、仪器中心相对于胸径 D_1 处的天顶距 γ_1 和各分段处的水平角 α_i 计算得出的, 计算公式为

$$D_i = 2S \sin \gamma_1 \sin \frac{\alpha_i}{2} \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (7)$$

其中, 当 $i=1$ 时为立木的胸径。

树干各分段直径 D_i 的测算误差受斜距 S 、天顶距 γ_1 、水平角 α_i 的测量精度影响。

对式 (7) 全微分并整理得

$$\begin{aligned} dD_i &= 2 \sin \gamma_1 \sin \frac{\alpha_i}{2} dS + 2S \sin \frac{\alpha_i}{2} \cos \gamma_1 d\gamma_1 + \\ &S \sin \gamma_1 \cos \frac{\alpha_i}{2} d\alpha_i \end{aligned} \quad (8)$$

由于斜距 S 与天顶距 γ_1 以及水平角 α_i 相互独立, 根据误差传播定律, 则式 (8) 可得

$$\sigma_{D_i}^2 = 4 \sin^2 \gamma_1 \sin^2 \frac{\alpha_i}{2} \sigma_S^2 + 4 S^2 \sin^2 \frac{\alpha_i}{2} \cos^2 \gamma_1 \left(\frac{\sigma_{\gamma_1}}{\rho} \right)^2 + S^2 \sin^2 \gamma_1 \cos^2 \frac{\alpha_i}{2} \left(\frac{\sigma_{\alpha_i}}{\rho} \right)^2 \quad (9)$$

$$\sigma_{h_i D_i} = \begin{bmatrix} \sin \gamma_1 (\cot \gamma_i - \cot \gamma_{i-1}) & S \cos \gamma_1 (\cot \gamma_i - \cot \gamma_{i-1}) & S \sin \gamma_1 \csc^2 \gamma_{i-1} & -S \sin \gamma_1 \csc^2 \gamma_i & 0 \end{bmatrix}_{1 \times 5} \begin{bmatrix} \sigma_S^2 \\ \left(\frac{\sigma_{\gamma_1}}{\rho} \right)^2 \\ \left(\frac{\sigma_{\gamma_{i-1}}}{\rho} \right)^2 \\ \left(\frac{\sigma_{\gamma_i}}{\rho} \right)^2 \\ \left(\frac{\sigma_{\alpha_i}}{\rho} \right)^2 \end{bmatrix}_{5 \times 5} \begin{bmatrix} 2 \sin \gamma_1 \sin \frac{\alpha_i}{2} \\ 2 S \sin \frac{\alpha_i}{2} \cos \gamma_1 \\ 0 \\ 0 \\ S \sin \gamma_1 \cos \frac{\alpha_i}{2} \end{bmatrix}_{5 \times 1} \quad (10)$$

即, 各分段高度 h_i 与分段直径 D_i 之间的协方差为

$$\sigma_{h_i D_i} = 2 \sin^2 \gamma_1 \sin \frac{\alpha_i}{2} (\cot \gamma_i - \cot \gamma_{i-1}) \sigma_S^2 + 2 S^2 \cos^2 \gamma_1 \sin \frac{\alpha_i}{2} (\cot \gamma_i - \cot \gamma_{i-1}) \left(\frac{\sigma_{\gamma_1}}{\rho} \right)^2 \quad (11)$$

同理, 得协方差 $\sigma_{h_i h_{i+1}}, \sigma_{D_i D_{i-1}}, \dots, \sigma_{h_i D_{i-1}}, \dots, \sigma_{h_{i+1} D_{i+1}}, \dots$, 且通过计算知 $\sigma_{h_i D_i} = \sigma_{D_i h_i}, \dots, \sigma_{h_i D_{i-1}} = \sigma_{D_{i-1} h_i}, \dots$; 说明各分段高度 h_i 与分段直径 D_i 成的方差—协方差阵为对称矩阵, 且各段 h_i 与 D_i 间均有相关性 (注: 此时两变量的下标 i 取值可以不同)。

1.3 材积测算的误差分析

如图 1 所示, 将树干看作由树梢处圆锥体和下方若干圆台体组成, 通过计算顶端圆锥与下方圆台的体积之和, 得到树干的总材积 V , 计算公式为

$$V = V_1 + V_2 + \dots + V_i + \dots + V_n \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (12)$$

其中, 各分段材积 V_i 的计算公式为

$$V_i = \frac{\pi}{12} h_i (D_{i-1}^2 + D_{i-1} D_i + D_i^2) \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (13)$$

式中当 $i=1, 2, \dots, n-1$ 时表示圆台体积; 当 $i=n$ 时表示圆锥体积。

1.3.1 分段材积的方差与协方差

分段材积 V_i 的测算误差受各分段高度 h_i 的方差、分段直径 D_i 的方差以及两者之间的协方差影响。

对式 (12) 全微分并整理得

式中 $\sigma_{D_i}^2$ 为树干各分段直径 D_i 的方差, σ_{α_i} 为测量水平角 α_i 的中误差。

1.2.3 树干各分段高度与分段直径的协方差

由于当 $i \geq 2$ 时, 树干各分段高度 h_i 与分段直径 D_i 不再是相互独立的变量, 因此需要考虑两者之间的协方差关系。

连立式 (5) 和式 (8), 由于斜距 S 、天顶距 γ_1 , γ_{i-1} , γ_i 、水平角 α_i 互为独立变量, 则由误差传播定律得

$$dV_i = \frac{\pi}{12} (D_{i-1}^2 + D_{i-1} D_i + D_i^2) dh_i + \frac{\pi}{12} h_i (2D_{i-1} + D_i) dD_{i-1} + \frac{\pi}{12} h_i (2D_i + D_{i-1}) dD_i \quad (14)$$

由于各分段高度 h_i 与分段直径 D_i 、 D_{i-1} 不是独立变量, 对上式由误差传播定律计算得各分段材积的方差 $\sigma_{V_i}^2$ 为

$$\sigma_{V_i}^2 = \begin{bmatrix} \frac{\pi}{12} (D_{i-1}^2 + D_{i-1} D_i + D_i^2) & \frac{\pi}{12} h_i (2D_{i-1} + D_i) & \frac{\pi}{12} h_i (2D_i + D_{i-1}) \end{bmatrix}_{1 \times 3} \begin{bmatrix} \sigma_{h_i}^2 & \sigma_{h_i D_{i-1}} & \sigma_{h_i D_i} \\ \sigma_{D_{i-1} h_i} & \sigma_{D_{i-1}}^2 & \sigma_{D_{i-1} D_i} \\ \sigma_{D_i h_i} & \sigma_{D_i D_{i-1}} & \sigma_{D_i}^2 \end{bmatrix}_{3 \times 3} \begin{bmatrix} \frac{\pi}{12} (D_{i-1}^2 + D_{i-1} D_i + D_i^2) \\ \frac{\pi}{12} h_i (2D_{i-1} + D_i) \\ \frac{\pi}{12} h_i (2D_i + D_{i-1}) \end{bmatrix}_{3 \times 1} \quad (15)$$

在测算树干各分段材积时, 相邻两段材积的计算公式中含有相同变量, 因此要考虑它们之间的相关性。对式 (14) 变形得

$$dV_{i+1} = \frac{\pi}{12} (D_i^2 + D_i D_{i+1} + D_{i+1}^2) dh_{i+1} + \frac{\pi}{12} h_{i+1} (2D_i + D_{i+1}) dD_i + \frac{\pi}{12} h_{i+1} (2D_{i+1} + D_i) dD_{i+1} \quad (16)$$

连立式 (14)、式 (16), 由误差传播定律计算得

$$\sigma_{V_i V_{i+1}} = \begin{bmatrix} \frac{\pi}{12}(D_{i-1}^2 + D_{i-1}D_i + D_i^2) & 0 & \frac{\pi}{12}h_i(2D_i + D_{i-1}) & \frac{\pi}{12}h_i(2D_{i-1} + D_i) & 0 \end{bmatrix}_{1 \times 5}$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{h_i}^2 & \sigma_{h_i h_{i+1}} & \sigma_{h_i D_i} & \sigma_{h_i D_{i-1}} & \sigma_{h_i D_{i+1}} \\ \sigma_{h_{i+1} h_i} & \sigma_{h_{i+1}}^2 & \sigma_{h_{i+1} D_i} & \sigma_{h_{i+1} D_{i-1}} & \sigma_{h_{i+1} D_{i+1}} \\ \sigma_{D_i h_i} & \sigma_{D_i h_{i+1}} & \sigma_{D_i}^2 & \sigma_{D_i D_{i-1}} & \sigma_{D_i D_{i+1}} \\ \sigma_{D_{i-1} h_i} & \sigma_{D_{i-1} h_{i+1}} & \sigma_{D_{i-1} D_i} & \sigma_{D_{i-1}}^2 & \sigma_{D_{i-1} D_{i+1}} \\ \sigma_{D_{i+1} h_i} & \sigma_{D_{i+1} h_{i+1}} & \sigma_{D_{i+1} D_i} & \sigma_{D_{i+1} D_{i-1}} & \sigma_{D_{i+1}}^2 \end{bmatrix}_{5 \times 5}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\pi}{12}(D_i^2 + D_i D_{i+1} + D_{i+1}^2) \\ \frac{\pi}{12}h_{i+1}(2D_i + D_{i+1}) \\ 0 \\ \frac{\pi}{12}h_{i+1}(2D_{i+1} + D_i) \end{bmatrix}_{5 \times 1} \quad (17)$$

式中 $\sigma_{V_i V_{i+1}}$ 为相邻两段材积的协方差，且通过计算知 $\sigma_{V_i V_{i+1}} = \sigma_{V_{i+1} V_i}$ ，即由各分段材积 V_i 构成的方差—协方差阵为对称矩阵。

同理，计算得

$$\sigma_{V_i V_{i+2}} = \sigma_{V_i V_{i+3}} = \cdots = \sigma_{V_i V_{i+k}} = 0 \quad (k \geq i+2),$$

说明在分段测算立木材积误差时，只有相邻两段的材积之间具有相关性，其余部分相互独立。

1.3.2 树干总材积的方差

对式 (12) 全微分并整理得

$$dV = dV_1 + dV_2 + \cdots + dV_i + \cdots + dV_n. \quad (18)$$

对上式由误差传播定律得

$$\sigma_V^2 = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix}_{1 \times n} \begin{bmatrix} \sigma_{V_1}^2 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \sigma_{V_{i-1} V_i} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{V_i V_{i-1}} & \sigma_{V_i}^2 & \sigma_{V_i V_{i+1}} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{V_{i+1} V_i} & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \sigma_{V_n}^2 \end{bmatrix}_{n \times n} \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}_{n \times 1} \quad (19)$$

式中 σ_V^2 为树干总材积 V 的方差； $\sigma_{V_1}^2, \cdots, \sigma_{V_n}^2$ 为各分段材积的方差； $\sigma_{V_{i-1} V_i}, \sigma_{V_i V_{i+1}}$ 为相邻两段材积间的协方差。

2 数据处理与分析

2.1 数据获取

于 2015 年 4 月 7 日，以北京市门头沟区斋堂山林区（东经 115°44'35"，北纬 39°55'04"）的落叶松树种为目标，使用南方测绘公司生产的 NTS-372R 型全站仪对落叶松进行无损测量，获取实测数据。由于编制材积表时需要根据不同径阶大小来计算相应的材积值，因此按照小（5.0~12.9 cm）、中（13.0~24.9 cm）、大（25.0~36.9 cm）、特大（≥37.0 cm）径阶的划分标准^[30]，在所测数据中分别选取 2、3、3、2 棵具有径阶代表性的 10 组落叶松实测数据作为实验样本，分析全站仪测量不同规格立木的差异性。将样本依次编为 1~10 号（对应胸径分别为 5.2、10.2、14.1、16.8、20.6、25.0、30.1、34.7、41.2 和 48.7 cm，样本规格和径高比分布均匀）。

通常测算材积需将树干按照 1 或 2 m 分段^[1]进行伐倒

测定，或者将树干分为 10 段分别测定从地径起算的树高 0/10, 1/10, 2/10, ..., 9/10 处的直径^[31]，最后按区分求积法计算出材积。经研究证明 10 分段^[24]测量立木树干材积，能客观反映树干干形且得出材积数值较为准确，为了科学精确的论证全站仪无损测量立木材积技术的理论精度，本研究统一将落叶松树干分成 10 段，使用全站仪获取树干相应位置的天顶距 γ_i 和水平角 α_i 数据，并以大径阶 6 号样本（胸径为 25.0 cm）为例，其原始测量数据如表 1 所示。

表 1 6 号样本的原始测量数据

Table 1 Original measurement data for No. 6 sample

分段号 i Parts No.	天顶距 Zenith angles γ_i	水平角 Horizontal angles α_i
1	96°56'04"	51°21"
2	92°12'23"	46°46"
3	87°28'41"	42°12"
4	82°45'00"	40°35"
5	78°01'18"	35°01"
6	73°17'37"	30°27"
7	68°33'55"	22°52"
8	63°50'14"	15°18"
9	59°06'32"	9°37"
10	54°22'51"	

$S=16.844$ m, $h_1=1.3$ m, $D_0=28.7$ cm

注：S 为仪器中心到胸径处的斜距，m； h_1 为胸高，m； D_0 为地径，cm。

Note: S is distance from center of the instrument to diameter at breast height (DBH) of the tree, m; h_1 is breast height, m; D_0 is ground diameter, cm.

2.2 数据处理

对 10 组样本进行检核发现：树干总分段数均为 10 且分段高度均匀合理、仪器架设距离与树高相当，可视为全站仪无损测量立木的标准数据。已知采集数据所用的 NTS-372R 型全站仪免棱镜测量的标称精度为 2"、±3 mm，测量地径 D_0 和高度 h_1 所用的太平洋牌胸径尺的标称精度为 ±1 mm；并依式 (4)、式 (7) 和式 (13) 分别计算 10 组样本的各分段高度 h_i 、分段直径 D_i 和分段材积 V_i ，依式 (6)、式 (9)、式 (11)、式 (15) 和式 (17) 计算相应变量的方差和协方差。以 6 号样本为例，数据处理结果如表 2 所示。

表 2 6 号样本数据处理结果
Table 2 Results of data processing for Sample 6

分段号 <i>i</i> Parts No.	分段值 Segmented value			方差 Variance			协方差 Covariance	
	h_i/m	D_i/cm	V_i/m^3	$\sigma_{h_i}^2/\text{m}^2$	$\sigma_{D_i}^2/\text{cm}^2$	$\sigma_{V_i}^2/\text{m}^6$	$\sigma_{h_i D_i}/\text{m}^2$	$\sigma_{V_i V_{i+1}}/\text{m}^6$
0	—	28.7	—	—	1.000×10^{-2}	—	—	—
1	1.3	25.0	0.074	1.000×10^{-6}	2.826×10^{-4}	8.384×10^{-8}	0	2.363×10^{-9}
2	1.389	22.7	0.062	1.147×10^{-7}	2.793×10^{-4}	4.766×10^{-9}	1.003×10^{-8}	2.516×10^{-9}
3	1.381	20.5	0.051	1.136×10^{-7}	2.762×10^{-4}	3.703×10^{-9}	8.900×10^{-9}	1.998×10^{-9}
4	1.391	19.7	0.044	1.152×10^{-7}	2.752×10^{-4}	3.156×10^{-9}	8.708×10^{-9}	1.677×10^{-9}
5	1.420	17.0	0.038	1.198×10^{-7}	2.721×10^{-4}	2.660×10^{-9}	7.674×10^{-9}	1.340×10^{-9}
6	1.471	14.8	0.029	1.277×10^{-7}	2.698×10^{-4}	2.049×10^{-9}	6.911×10^{-9}	9.793×10^{-10}
7	1.546	11.1	0.021	1.396×10^{-7}	2.668×10^{-4}	1.438×10^{-9}	5.456×10^{-9}	6.183×10^{-10}
8	1.650	7.4	0.011	1.570×10^{-7}	2.646×10^{-4}	8.035×10^{-10}	3.894×10^{-9}	3.247×10^{-10}
9	1.790	4.7	0.005	1.817×10^{-7}	2.636×10^{-4}	3.921×10^{-10}	2.655×10^{-9}	1.181×10^{-10}
10	1.976	0	0.001	2.173×10^{-7}	—	7.733×10^{-11}	—	—

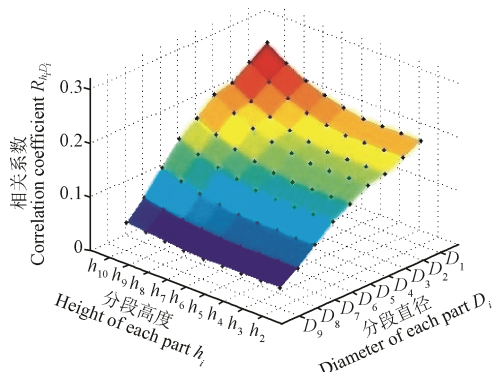
注: h_i 各分段高度, m; V_i 为各分段材积, m^3 ; D_i 为各分段直径, cm; $\sigma_{h_i}^2$ 、 $\sigma_{D_i}^2$ 、 $\sigma_{V_i}^2$ 分别为各分段高度、各分段直径、各分段材积的方差; $\sigma_{h_i D_i}$ 、 $\sigma_{V_i V_{i+1}}$ 为各分段高度 h_i 与分段直径 D_i 之间、相邻两段材积间的协方差。

Note: h_i is height of each part, m; V_i is volume of each part, m^3 ; D_i is diameter of each part, cm; $\sigma_{h_i}^2$, $\sigma_{D_i}^2$, $\sigma_{V_i}^2$ are variance for height, diameter and volume of each part, respectively; $\sigma_{h_i D_i}$, $\sigma_{V_i V_{i+1}}$ are covariance between height of each part h_i and volume of each part D_i , between adjacent two parts volume, respectively.

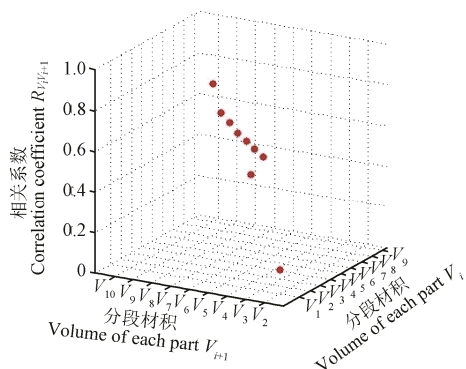
2.3 数据分析

2.3.1 相关性分析

两个变量的相关性除了用协方差描述外,也可以用相关系数^[32]来描述。相关系数 R 的取值范围为 $[-1, 1]$, 当 $|R|$ 较大时, 表示两变量线性相关程度较好; 当 $|R|$ 较小时, 表示两变量线性相关程度较差。依 1.2 节, 计算树干各分段高度 h_i 与分段直径 D_i 之间的相关系数 $R_{h_i D_i}$, 结果如图 3a 所示; 依 1.3 节, 计算任意相邻两段材积之间的相关系数 $R_{V_i V_{i+1}}$, 结果如图 3b 所示。



a. 分段高度与分段直径的相关系数
a. Correlation coefficient between height and diameter of each part



b. 相邻两段材积的相关系数
b. Correlation coefficient between two adjacent parts volume

图 3 相关系数示意图

Fig.3 Diagram for correlation coefficient

由图 3a 得出, 相关系数 $R_{h_i D_i}$ 的范围为 $(0, 0.3)$,

属于低度相关。其中, h_{10} 与 D_1 的相关系数最大, 为 0.269; h_2 与 D_9 的相关系数最小, 为 0.038。说明, 各分段高度 h_i 与分段直径 D_i 间均存在相关性, 且对各分段材积的方差和相邻两段材积的协方差产生影响。

由图 3b 得出, 除 $R_{V_1 V_2}$ 为 0.118 外, 其余相关系数 $R_{V_i V_{i+1}}$ 均在 $(0.5, 0.7)$ 范围内, 属于显著相关。其中, V_9 与 V_{10} 的相关系数最大, 为 0.678; V_1 与 V_2 的相关系数最小, 为 0.118, 这是由于根据式 (17) 计算 $\sigma_{V_1 V_2}$ 时, 受到独立变量 D_0 和 h_1 的影响。说明, 相邻两段材积间的相关性较大, 在分析树干材积误差时, 需要考虑其协方差对于整体误差的影响。

2.3.2 误差分析

在测量工作中, 通常用中误差和相对中误差作为衡量精度的指标^[29]。中误差可以反映观测值精度的高低, 但对于评定精度来说, 有时利用中误差还不能完全表达观测结果的好坏, 因此需要用相对中误差来表述。依式 (7)、式 (1) 和式 (12) 分别计算得到全站仪所测 10 组样本的胸径、树高及材积的实测数据, 再依式 (3)、式 (9) 和式 (19) 得到相应的测算中误差, 并计算相对中误差, 如表 3 所示。

从表 3 可以得出, 测量同一规格样本时, 材积的相对中误差大于树高、胸径的误差。其中, 1 号样本树高、胸径的误差分别为 0.051%、0.108%, 材积的误差为 1.104%, 精度最低; 10 号样本树高、胸径的误差分别为 0.012%、0.052%, 材积的误差为 0.053%, 精度最高。这是由于采用误差传播定律进行材积误差分析时, 要考虑仪器的标称精度、树干各分段高度和分段直径的方差和协方差、树干分段材积的方差和协方差的联合影响。

测量不同规格样本时, 随着样本规格的变大, 胸径、树高和材积的中误差逐渐增大, 相对中误差逐渐减小。胸径的中误差由 5.562×10^{-3} cm 增长到 2.519×10^{-2} cm, 相对中误差由 0.108% 降低到 0.052%; 树高的中误差由

2.056×10⁻³m 增长到 3.000×10⁻³m, 相对中误差由 0.051% 降低到 0.012%; 材积的中误差由 6.839×10⁻⁵ m³ 增长到 1.364×10⁻³ m³, 相对中误差由 1.104%降低到 0.053%。胸径、树高、材积的平均相对误差分别为 0.070%、0.023%、0.235%, 这说明, 其测量的理论精度均远高于林业调查的精度要求^[33], 其中编制材积表要求测量材积的误差小于 3%, 因此使用全站仪采集各种规格的建模样本能够保证材积表的编制精度。

表 3 全站仪测量不同规格样本的误差分析
Table 3 Analysis of errors in measurement of samples in different sizes using total station

样本号 Samples No.	实测数据 Measured data			中误差 RMSE			相对中误差 Relative error		
	D_1/cm	H/m	V/m^3	σ_{D_1}/cm	σ_H/m	σ_V/m^3	$\sigma_{D_1}/D_1/\%$	$\sigma_H/H/\%$	$\sigma_V/V/\%$
1	5.2	4.015	0.006	5.562×10 ⁻³	2.056×10 ⁻³	6.839×10 ⁻⁵	0.108	0.051	1.104
2	10.2	7.144	0.032	8.410×10 ⁻³	2.512×10 ⁻³	1.244×10 ⁻⁴	0.082	0.035	0.385
3	14.1	10.169	0.088	1.101×10 ⁻²	2.545×10 ⁻³	1.776×10 ⁻⁴	0.078	0.025	0.202
4	16.8	11.346	0.154	1.226×10 ⁻²	2.735×10 ⁻³	2.286×10 ⁻⁴	0.073	0.024	0.148
5	20.6	12.516	0.203	1.489×10 ⁻²	2.760×10 ⁻³	2.704×10 ⁻⁴	0.072	0.022	0.134
6	25.0	15.313	0.336	1.681×10 ⁻²	2.703×10 ⁻³	3.560×10 ⁻⁴	0.067	0.018	0.106
7	30.1	17.121	0.600	1.772×10 ⁻²	2.892×10 ⁻³	4.960×10 ⁻⁴	0.058	0.016	0.083
8	34.7	20.082	0.891	2.080×10 ⁻²	2.867×10 ⁻³	6.388×10 ⁻⁴	0.060	0.014	0.072
9	41.2	23.292	1.431	2.211×10 ⁻²	2.963×10 ⁻³	8.935×10 ⁻⁴	0.054	0.013	0.062
10	48.7	25.738	2.609	2.519×10 ⁻²	3.000×10 ⁻³	1.364×10 ⁻³	0.052	0.012	0.053
平均值							0.070	0.023	0.235

注: H 为树高, m; V 为总材积, m³; D_1 为胸径, cm; σ_{D_1} 、 σ_H 、 σ_V 分别为胸径、树高和总材积的中误差。
Note: H is tree height, m; V is total volume, m³; D_1 are diameter at breast height (DBH), cm; σ_{D_1} , σ_H , σ_V are RMSE for diameter at breast height, tree height and total volume, respectively.

3 结 论

1) 树干各分段高度与分段直径间均存在相关性, 相关系数 $R_{h,D_{i+1}}$ 的值在 (0,0.3) 范围内, 且二者的方差和协方差会影响各分段材积的误差; 树干总材积的误差不仅受各分段材积的方差影响, 也受相邻两段材积间的协方差影响, 相关系数 $R_{V,V_{i+1}}$ 的值在 (0.5,0.7) 范围内。

2) 测量同一规格样本时, 材积的误差大于树高、胸径的误差; 测量不同规格样本时, 胸径、树高、材积的误差随着样本规格的变大而减小。测量胸径的误差范围为 0.052%~0.108%, 平均相对误差为 0.070%; 测量树高的误差范围为 0.012%~0.051%, 平均相对误差为 0.023%; 测量材积的误差范围为 0.053%~1.104%, 平均相对误差为 0.235%; 说明全站仪无损测量立木的理论精度均远高于不同目标的林业调查及编制材积表的精度要求。

本研究是在较为理想的状况下进行误差理论分析的, 因而得到的结果为理论值, 而在实际测量中由于受到树干干形、立地条件等不确定性因素的干扰, 使得实际误差会大于理论误差。

[参 考 文 献]

[1] 孟宪宇. 测树学[M]. 北京: 中国林业出版社, 2006.
[2] 冯仲科, 赵春江, 聂玉藻, 等. 精准林业[M]. 北京: 中国林业出版社, 2002.
[3] Alparslan A, Anthonie V L. Forest Mensuration[M]. Netherlands: Springer, 2007: 78—243.
[4] Marshall D D, Iles K, Bell J F. Using a large-angle gauge to select trees for measurement in variable plot sampling[J]. Canadian Journal of Forest Research, 2004, 34(4): 840—845.
[5] Snorrason A, Einarsson S F. Single-tree biomass and dtem

volume functions for eleven tree dpecies used in icelandic forestry[J]. Icelandic Agricultural Sciences, 2006, 19: 15—24.
[6] Muukkonen P. Generalized allometric volume and biomass equations for some tree species in Europe[J]. European Journal of Forest Research, 2007, 126(2): 157—166.
[7] 曾伟生. 国家森林资源连续清查中的材积估计问题探讨[J]. 中南林业调查规划, 2007, 26(2): 1—3.
Zeng Weisheng. Discussion on volume estimation in continuous forest inventory in China[J]. Central South Forest Inventory and Planning, 2007, 26(2): 1—3. (in Chinese with English abstract)
[8] 焦有权, 赵礼曦, 邓欧, 等. 基于支持向量机优化粒子群算法的活立木材积测算[J]. 农业工程学报, 2013, 29(20): 160—167.
Jiao Youquan, Zhao Lixi, Deng Ou. Calculation of live tree timber volume based on particle swarm optimization and support vector regression[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering (Transactions of the CSAE), 2013, 29(20): 160—167. (in Chinese with English abstract)
[9] 黄晓东, 冯仲科. 基于数码相机的样本胸径获取方法[J]. 农业机械学报, 2015, 46(9): 266—272.
Huang Xiaodong, Feng Zhongke. Obtainment of sample tree's DBH based on digital camera[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2015, 46(9): 266—272. (in Chinese with English abstract)
[10] 黄晓东, 冯仲科, 解明星, 等. 自动测量胸径和树高便携设备的研制与测量精度分析[J]. 农业工程学报, 2015, 31(18): 92—99.
Huang Xiaodong, Feng Zhongke, Xie Mingxing, et al. Developing and accuracy analysis of portable device for automatically measuring diameter at breast height and tree

- height[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering (Transactions of the CSAE), 2015, 31(18): 92—99. (in Chinese with English abstract)
- [11] 聂伟. 单张相片近景摄影测树技术研究[D]. 北京: 北京林业大学, 2009.
- Nie Wei. Research on the Methods of Close-range Photogrammetry Measuring Tree based on Single Photo[D]. Beijing: Beijing Forestry University, 2009. (in Chinese with English abstract)
- [12] 樊江川. 无人机航空摄影测树技术研究[D]. 北京: 北京林业大学, 2014.
- Fan Jiangchuan. Study on the Tree Measurement Technology by UAV Aerial Photography[D]. Beijing: Beijing Forestry University, 2014. (in Chinese with English abstract)
- [13] Zaman Q U, Schumann A W, Hostler H K. Estimation of citrus fruit yield using ultrasonically-sensed tree size[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering (Transactions of the CSAE), 2006, 22(1): 39—44.
- [14] Schumann A W, Zaman Q U. Software development for real-time mapping of ultrasonic tree canopy size[J]. Computers and Electronics in Agriculture, 2005, 47(1): 25—40.
- [15] Zaman Q U, Schumann A W, Miller W M. Variable rate nitrogen application in Florida citrus based on ultrasonically sensed tree size[J]. Transaction of the ASAE, 2005, 21(3): 331—335.
- [16] Zaman Q U, Salyan M. Effects of foliage density and ground speed on ultrasonic measurement of citrus tree volume[J]. Transaction of the ASAE, 2004, 20(2): 173—178.
- [17] 何诚, 冯仲科, 袁进军, 等. 基于数字高程模型的树木三维体积测量[J]. 农业工程学报, 2012, 28(8): 195—199.
- He Cheng, Feng Zhongke, Yuan Jinjun, et al. Three-dimensional volume measurement of trees based on digital elevation model[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering (Transactions of the CSAE), 2012, 28(8): 195—199. (in Chinese with English abstract)
- [18] 赵芳, 韦雪花, 高祥, 等. 三维激光扫描系统在建立单株立木材积模型中的研究[J]. 山东农业大学学报: 自然科学版, 2013, 44(2): 231—238.
- Zhao Fang, Wei Xuehua, Gao Xiang, et al. Research on establish single tree's volume model by 3D laser scanning system[J]. Journal of Shandong Agricultural University: Natural Science, 2013, 44(2): 231—238. (in Chinese with English abstract)
- [19] 郑君. 基于三维激光扫描技术的单木量测方法研究与实现[D]. 北京: 北京林业大学, 2013.
- Zheng Jun. Research and Implementation of Single Tree Measurement Method based on 3D Laser Scanning Technology[D]. Beijing: Beijing Forestry University, 2013. (in Chinese with English abstract)
- [20] 冯仲科, 景海涛, 周科亮, 等. 全站仪测算材积的原理及误差分析[J]. 北京林业大学学报, 2003, 25(3): 60—63.
- Feng Zhongke, Jing Haitao, Zhou Kelian, et al. Principle and precision evaluation of stem volume surveying by total station[J]. Journal of Beijing Forestry University, 2003, 25(3): 60—63. (in Chinese with English abstract)
- [21] 冯仲科, 曹忠, 高原, 等. 一种电子经纬仪立木材积精准测算方法: 中国, CN103256906A[P]. 2013-08-21.
- [22] 徐伟恒, 冯仲科, 苏志芳, 等. 手持式数字化多功能电子测树枪的研制与试验[J]. 农业工程学报, 2013, 29(3): 90—99.
- Xu Weiheng, Feng Zhongke, Su Zhifang, et al. Development and experiment of handheld digitalized and multi-functional forest measurement gun[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering (Transactions of the CSAE), 2013, 29(3): 90—99. (in Chinese with English abstract)
- [23] 冯仲科, 徐伟恒, 杨立岩. 利用手持式超站测树仪测量林分空间结构参数[J]. 农业工程学报, 2015, 31(6): 213—217.
- Feng Zhongke, Xu Weiheng, Yang Liyan. Forest stand spatial structure measurement method using handheld tree measurement smart station[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering (Transactions of the CSAE), 2015, 31(6): 213—217. (in Chinese with English abstract)
- [24] 曹忠, 巩奕成, 冯仲科, 等. 电子经纬仪测量立木材积误差分析[J]. 农业机械报, 2015, 46(1): 292—298.
- Cao Zhong, Gong Yicheng, Feng Zhongke, et al. Error analysis on standing tree volume measurement by using electronic theodolites[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2015, 46(1): 292—298. (in Chinese with English abstract)
- [25] 高祥, 冯仲科, 王智超, 等. 基于电子经纬仪立木无损精测技术的干形指数研究[J]. 农业机械学报, 2015, 46(1): 299—305.
- Gao Xiang, Feng Zhongke, Wang Zhichao, et al. Study on stem form index based on non-destructive precision measurement through electronic theodolite[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2015, 46(1): 299—305. (in Chinese with English abstract)
- [26] Yan F, Mohammad R U, Gong Y X, et al. Use of a no prism total station for field measurements in *Pinus tabulaeformis* Carr. stands in China[J]. Biosystems Engineering, 2012, 113(3): 259—265.
- [27] 郭保生, 何瑞珍, 张敬冬. 全站仪在立木材积测定中的应用研究[J]. 中国农学通报, 2006, 22(4): 149—151.
- Guo Baosheng, He Ruizhen, Zhang Jingdong. The study on utilization of total station in the measurement of stumpage volume[J]. Chinese Agriculture Science Bulletin, 2006, 22(4): 149—151. (in Chinese with English abstract)
- [28] 赵芳, 冯仲科, 高祥, 等. 树冠遮挡条件下全站仪测量树高及材积方法[J]. 农业工程学报, 2014, 30(2): 182—190.
- Zhao Fang, Feng Zhongke, Gao Xiang, et al. Measure method of tree height and volume using total station under canopy Cover Condition[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering (Transactions of the CSAE), 2014, 30(2): 182—190. (in Chinese with English abstract)
- [29] 武汉大学测绘学院测量平差学科. 误差理论与测量平差基础[M]. 第2版. 武汉: 武汉大学出版社, 2009.
- [30] 国家林业局. 国家森林资源连续清查技术规定[S]. 2014.

- [31] 郑小贤, 刘东兰, 宋新民, 等. 用正形数胸高形数和经验回归方程编制人工林立木材积表[J]. 林业科技, 1996, 21(5): 1—4.
Zheng Xiaoxian, Liu Donglan, Song Xinmin, et al. Construction the volume table with the normal form factor, the breast height form factor and the experimental regression forlula[J]. Forestry Science & Technology, 1996, 21(5): 1—4. (in Chinese with English abstract)
- [32] 盛骤, 谢式千, 潘承毅. 概率论与数理统计[M]. 第4版. 高等教育出版社, 2008.
- [33] 中华人民共和国林业部. 林业专业调查主要技术规定[S]. 北京: 中国林业出版社, 1990.

Error analysis of measuring diameter at breast height and tree height and volume of standing tree by total station

Yu Donghai¹, Feng Zhongke^{1*}, Cao Zhong², Jiang Junzhiwei¹

(1. Precision Forestry Key Laboratory of Beijing, Beijing Forestry University, Beijing 100083, China;

2. Kunming Survey & Design Institute of State Forestry Administration, Kunming 650216, China)

Abstract: Diameter at breast height (DBH), tree height and volume are the most significant factors in forestry investigation. The measurement precision of DBH and tree height directly affects the accuracy of individual volume. In traditional forestry works, cutting down trees and using analytic timber are for compiling the volume tables, which are yet faced with the problems such as high consumption, low efficiency and large destruction. In recent years, the emergence of the modern instruments gradually lays the foundation for achieving high precision nondestructive standing tree measurements. Total station is a kind of precise tool that can be used to measure distance and angle and to process data automatically. And it will be widely used in forestry production practice and scientific research in the future because of the high measurement accuracy, so studying the accuracy of measuring trees has practical significance for the forestry work. Calculating DBH, tree height and volume by measuring zenith angles, horizontal angles and distance from the center of the instrument to the tree is the principle of measuring standing trees by using total station. Based on the theory of measuring DBH, tree height and volume of standing tree by total station and taking the variance and covariance of measurement factors into consideration, the research deduced the mathematical models to calculate the error of DBH, height and volume of standing tree according to error propagation laws. We chose larches in Beijing as the experimental samples, and analyzed 10 sample groups of different sizes for the difference of relative errors. The results show: 1) There are correlations between the height and the diameter of random tree section, and the value range of correlation coefficient is (0, 0.3); besides, the variance and covariance of these 2 factors affect the error of each segment volume; furthermore, the error of total volume is affected not only by the variance of each section volume, but also by the covariance between 2 adjacent segments' volumes, and the value range of correlation coefficient is (0.5, 0.7); 2) The relative error of DBH, tree height and volume decreases with the increase of the sample size when the different samples are measured by total station. For 10 groups of samples, the relative error of DBH reduces from 0.108% to 0.052%, that of tree height reduces from 0.051% to 0.012% and that of volume reduces from 1.104% to 0.053%. And the average relative error of DBH, tree height and volume is 0.070%, 0.023% and 0.235% respectively. The relative error of DBH and height measurement is less than that of volume when the same sample is measured. The accuracies of DBH are much higher than the DBH measurement standard for national forest resource continuous investigation. The accuracies of tree height and volume of all samples are also much higher than the forest investigation standard for which tree height and volume measurement errors ought to be less than 3%-5%. Volume measurement error is required to be less than 3% for establishing volume tables, so using total station to collect the samples of various specifications can also meet the accuracy of volume tables. In conclusion, total station can satisfy the different needs of forestry survey.

Keywords: wood; measurement; error analysis; total station; error propagation laws