

## 不同激励下宽频磁浮俘能器俘能试验

孙玉华<sup>1,2,3</sup>, 李守太<sup>1,2,3</sup>, 谢守勇<sup>1,2,3</sup>, 李云伍<sup>1,2,3</sup>, 高鸣源<sup>1,2,3,4\*</sup>

(1. 西南大学工程技术学院, 重庆 400716; 2. 丘陵山区农业装备重庆市重点实验室, 重庆 400716; 3. 西南大学智能传动和控制技术国家地方联合工程实验室, 重庆 400716; 4. 澳大利亚国立大学工程与计算机科学学院, 堪培拉 2601, 澳大利亚)

**摘要:** 振动能量俘获是获取可再生清洁能源的一种有效途径, 具有广阔的应用前景, 有利于社会的可持续性发展。目前, 随机功率谱激励下的高功率密度和宽频能量回收仍然是研究的难点。该研究设计了一种可有效利用宽频振动能量的高功率密度磁浮式俘能器, 采用 COMSOL Multiphysics 软件计算悬浮磁体非线性回复力与位移的关系式, 根据磁浮振动系统的控制方程和基尔霍夫定律建立俘能器的数学模型, 详细研究了模型参数变化对俘能器性能的影响。随后进行正弦扫频和驻频试验以验证俘能器的发电能力。同时, 从俘能器的效率、效能和体积优值 3 个指标对俘能器性能进行评价; 并结合实际应用, 设计俘能器稳压电路。根据丘陵山区农业机械工作的随机路谱特性, 建立随机激励的数学模型, 根据响应幅值的概率密度函数的 FPK 方程表达式, 得到了平稳概率密度函数的解。结果表明: 在激励频率从 9.77 到 31.75 Hz 变化时, 俘能器最大输出电压在 5.92 和 21.52 V 之间; 最大输出功率在 10 Hz 时达 81.93 mW, 从 5 到 50Hz, 输出功率范围为 5.76 到 81.93 mW; 俘能器的效率、效能和体积优值分别为 2.85%、9.85% 和 39.74%; 俘能器电压输出的功率谱密度有 5 个峰值点, 对应频率分别为 9.80、29.41、36.76、36.76、51.47 和 71.08 Hz, 进一步验证了该研究提出的磁浮式俘能器具有宽频发电性能, 并可满足丘陵山区农机设备监测传感器的供电需求。

**关键词:** 能量储存; 农业机械; 试验; 随机路谱; 俘能器; 磁浮; 宽频; 正弦扫频

doi: 10.11975/j.issn.1002-6819.2020.18.011

中图分类号: TK01+9

文献标志码: A

文章编号: 1002-6819(2020)-18-0081-09

孙玉华, 李守太, 谢守勇, 等. 不同激励下宽频磁浮俘能器俘能试验 [J]. 农业工程学报, 2020, 36(18): 81-89. doi: 10.11975/j.issn.1002-6819.2020.18.011 <http://www.tcsae.org>

Sun Yuhua, Li Shoutai, Xie Shouyong, et al. Energy-harvesting experiment of a broadband magnetic-floating energy harvester under diverse vibration excitations[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering (Transactions of the CSAE), 2020, 36(18): 81-89. (in Chinese with English abstract) doi: 10.11975/j.issn.1002-6819.2020.18.011 <http://www.tcsae.org>

### 0 引言

开发可再生的清洁能源已经成为全球研究热点<sup>[1-2]</sup>。利用机械振动能量转化为电能的俘能器已在众多研究领域得到了应用, 例如铁路轨道系统、无线传感器网络和车辆悬架系统等方面<sup>[3-5]</sup>。使用传统能源将造成环境污染, 从而使得运用俘能器俘获可再生的清洁能源备受世界各国研究学者高度关注。清洁能源包括太阳能, 余热, 水流动能, 风能和机械能等<sup>[6]</sup>。作为宽频分布的振动能量回收是俘能研究最热门的研究领域之一<sup>[7]</sup>。国内外相关学者已对压电<sup>[8-10]</sup>、电磁<sup>[6]</sup>和静电<sup>[11]</sup>俘能器进行了深入研究。

电磁感应发电是一种高效而成本低廉的发电方式, 基于法拉第电磁感应定律, 线圈中磁通量的变化将会产生感应电动势<sup>[12]</sup>。非线性磁浮俘能器主要由两端分别固定的磁体和一悬浮在其中的磁体组成<sup>[13]</sup>。悬浮磁体和固

定磁体产生的互斥力表现为刚度非线性和宽频响应特性<sup>[14]</sup>。基于该原理, 不同研究学者设计了风格迥异的俘能器, 并建立相应的数学模型, 最终结合试验, 验证俘能器在不同激励下的发电性能。

机械结构设计方面, 最近的研究主要侧重在提高俘能器的性能<sup>[13]</sup>。通过上扫频、下扫频试验以及相应的数学模型的研究, 结果表明采用双质量和平面弹簧作为悬浮磁体运动轨迹的改进型俘能器能够显著提高输出功率, 改善电压频率响应<sup>[14]</sup>; Nammar 等<sup>[15]</sup>用 4 个橡胶弹簧引导悬浮磁体的运动以减小悬浮磁体和导轨间的摩擦。Kecik 等<sup>[16]</sup>提出了一种基于电感应刚度和磁体位置关系的耦合刚度的模型。Zhang 等<sup>[17]</sup>设计了一种应用在航天器中整合了非线性吸振器和俘能器的装置, 该装置不仅能有效减振, 而且比现有俘能器的俘能能力更强。现有结构设计的局限性是: 磁浮磁体和筒壁或者外筒壁之间的摩擦会对悬浮磁体的运动稳定性产生影响, 从而降低发电效率。因此, 本文采用既不导磁又能起到导向作用的滚动的铜珠以减小摩擦, 保证悬浮磁体在垂向自由运动。

机电耦合模型方面, 一些学者侧重在磁浮俘能器的非线性研究<sup>[18]</sup>, Rocha 等<sup>[19]</sup>建立了磁浮系统的数学模型, 并采用电磁振动台对磁浮装置进行了激励试验, 研究了耦合系统的模态和非线性现象。Dos Santos 等<sup>[20]</sup>建立了磁

收稿日期: 2020-05-16 修订日期: 2020-07-09

基金项目: 重庆市科技局重点项目 (cstc2019jscx-gksbX0148); 中央高校基本科研业务费重点项目 (XDJK2019B064); 国家自然基金青年基金项目 (52008343); 校际合作项目 (F2018094); 企业横向项目 (2018022)

作者简介: 孙玉华, 博士, 副教授。主要研究方向为振动控制, 振动俘能技术和农业机械开发。Email: syh@swu.edu.cn

\*通信作者: 高鸣源, 博士, 副教授。主要研究方向为振动能量俘获技术和轨道交通故障智能检测。Email: goalmychn@gmail.com

浮系统 1/2 非线性数学模型, 以保证计算精度和效率, 并通过运动位置和载荷变化预测系统的瞬态和稳态响应。试验和仿真结果吻合较好。Firoozy 等<sup>[21-22]</sup>研究了非线性振动俘能器在谐响应加速度激励下磁浮磁体在延时非线性振动工况下的准周期俘能性能。Wang 等<sup>[23]</sup>根据机电耦合规律, 推导了俘能器的控制方程, 通过谐波平衡法研究阻尼, 电磁参数和耦合系数对俘能性能的影响。现有文献很少系统研究悬浮磁体质量、激励加速度、固定磁体间距和阻尼比对输出电压的影响, 所以本文将系统研究上述参数变化对俘能器非线性的影响。

在俘能器性能提高方面, 有的研究学者旨在采用双稳态和多稳态提高工作频率范围<sup>[24-26]</sup>, 成对互斥外部磁体水平布置会表现出双稳态特性, 通过建立双稳态磁浮磁体的动力学模型, 引入换能器以利用振动能量发电<sup>[27]</sup>。Fan 等<sup>[28]</sup>提出了两自由度的磁浮俘能器, 试验和仿真都表明两自由度系统具有可调工作频率、改善功率输出和具有宽频带的优点。现有文献关于俘能器性能提升的研究主要侧重在引入非线性磁浮力, 建立双稳态机制以拓宽有效工作频率范围。现有的研究方法都采用正弦扫频激励进行仿真和试验验证。但是, 实际振动环境是随机宽频功率谱, 因此, 本文通过把实际振动环境中采集的随机路谱数据应用到俘能器的路谱试验测试中以开展更符合实际工况的试验研究。

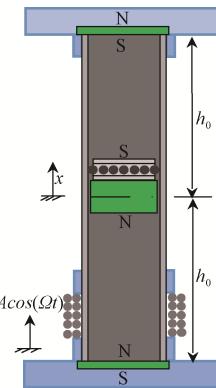
以上研究详细地阐述了电磁感应俘能器的独特特性, 例如非线性, 可调共振频率等, 通过建立了不同结构的数学模型, 并进行相应的仿真分析。而且对发电功率、输出效率也进行了较深入的研究, 仿真结果也从回复力测量, 正弦扫频等试验进行了验证<sup>[29]</sup>。但通过路谱试验验证俘能器的实用性鲜有报道。因此本文提出一种高功率密度的宽频磁浮俘能器。本文的创新点是: 1) 详细阐述了宽频俘能器的设计及其参数变化对系统响应的影响。2) 通过正弦扫频试验, 驻频试验和随机路谱试验验证了俘能器在农业机械传感器供电领域的实用性, 并且从俘能器的效率、效能和体积优值 3 个综合指标评价俘能性能。

## 1 俘能器设计及其模型

磁浮磁体的回复力计算是建立俘能器模型的重要组成部分, 回复力的计算模型不仅可以用来预测磁浮系统在悬浮磁体小位移运动时的线性共振频率, 而且还可以用来调节线性共振频率, 通过建立俘能器的数学模型揭示机电耦合的相互影响规律和作用机理<sup>[30]</sup>。

### 1.1 磁浮磁体回复力

磁浮系统的简图见图 1, 该系统两端磁体分别固定在安装座上, 安装座与中间的高强度聚氯乙烯圆筒相连接。悬浮磁体安装在两个固定磁体之间, 极性和两端磁体相同, 产生互斥力, 进而使中间磁体受到非线性回复力而悬浮。悬浮磁体通过铜珠滚动摩擦导向, 保证自由运动。采用 COMSOL Multiphysics 软件计算悬浮磁体的磁浮力, 仿真数据见表 1, 回复力和固定磁体间距的关系曲线见图 2。



注:  $h_0$  为上磁铁下端面或者下磁铁上端面到悬浮磁铁中心线的距离, mm;  $A$  为激励幅值, mm;  $\Omega$  为激励角频率,  $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ;  $t$  为时间, s; N 和 S 分别为磁铁的北极和南极;  $x$  为悬浮磁体的位移, mm。

Note:  $h_0$  is the distance from the lower end face of the upper magnet or the upper end face of the lower magnet to the center line of the suspension magnet, mm;  $A$  is the excitation amplitude, mm;  $\Omega$  is the excitation angular frequency,  $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ;  $t$  is time, s; N and S are the north pole and south pole of the magnet respectively;  $x$  is the displacement of the suspension magnet, mm.

图 1 磁浮系统简图

Fig.1 Diagram of magnetic-floating system

表 1 回复力计算的仿真参数

Table 1 Simulation parameters of restoring force calculation

名称 Definition	尺寸 Size/mm	剩磁 Residual magnetism/T	线圈匝数 Coil turns $N$
上下磁体 Top and bottom magnets	$R_1=15, h_1=1$	1.47	
悬浮磁体 Magnetic-floating magnet	$R_2=10, h_2=10$	1.47	
线圈 Coil			3 000

注:  $R_1$ 、 $h_1$  分别为两端磁体的半径和高度, mm;  $R_2$ 、 $h_2$  分别为中间悬浮磁体的半径和高度。

Note:  $R_1$  and  $h_1$  are the radius and height of magnets at both ends, mm, respectively;  $R_2$  and  $h_2$  are the radius and height of the intermediate suspension magnet, respectively.

根据 Manna 等<sup>[30]</sup>的研究, 总回复力  $F(x)$  可通过作用在上端和下端固定磁体的磁力矢量和求出。

$$\begin{aligned} F(x) &= (2\alpha_1 + 4h_0\alpha_2 + 6h_0^2\alpha_3)x + 2\alpha_3x^3 \\ &= kx + k_3x^3 \end{aligned} \quad (1)$$

式中  $h_0=53$  mm。线性刚度  $k = 2\alpha_1 + 4h_0\alpha_2 + 6h_0^2\alpha_3$ ,  $k_3 = 2\alpha_3$ 。 $\alpha_1 \sim \alpha_3$  为图 2 曲线的拟合系数, 可通过最小二乘法得到。其中  $\alpha_1=-621.25 \text{ N/m}$ ,  $\alpha_2=-15 446 \text{ N/m}^2$ ,  $\alpha_3=128 031 \text{ N/m}^3$ , 从而计算  $k=125.78 \text{ N/m}$ ,  $k_3=256 062 \text{ N/m}^3$ 。

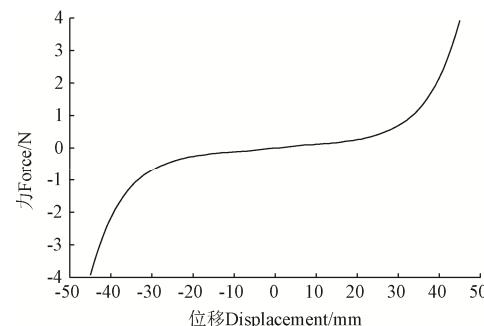


图 2 回复力和位移的关系图( $h_0=53$  mm)

Fig.2 Relationship diagram of the restoring force and displacement when  $h_0$  is 53 mm

## 1.2 控制方程和磁浮俘能器模型

图 1 是设计完成的磁浮装置的简图, 该装置由磁浮磁体和绕在圆筒表面 AWG34 线规的铜线组成。图 1 有 2 个参考坐标系, 第一个坐标系空间固定, 用来描述圆筒位移  $z=A\cos(\Omega t)$  的幅值  $A$  和激励角频率  $\Omega$ 。第二个坐标系描述中间悬浮磁体的位移  $x$ 。磁浮力与中间磁体和外部圆筒的相对速度成正比。电路方程可通过基尔霍夫定律得到

$$i(R_{\text{load}} + R_{\text{int}}) - \alpha(\dot{x} - \dot{z}) = 0 \quad (2)$$

式中  $i$  是电流, A,  $R_{\text{int}}$  是线圈内阻,  $\Omega$ ,  $R_{\text{load}}$  是负载电阻,  $\Omega$ ,  $\alpha$  是机电耦合系数, 可由  $\alpha=NBL$  得到,  $N$  为线圈匝数,  $B$  为平均磁场强度, T,  $L$  为线圈长度, m, 俘能装置悬浮磁体在垂向方向上的合力可由下列方程得到。

$$m\ddot{x} + c_m(\dot{x} - \dot{z}) + k(x - z) + k_3(x - z)^3 + \alpha i = -mg \quad (3)$$

式中  $m$  为悬浮磁体的总质量, 包括非磁性材料质量、铜珠和导向机构, 为 56 g;  $\ddot{x}$  为悬浮磁体的加速度,  $\text{m}/\text{s}^2$ ;  $\dot{x}$  和  $\dot{z}$  分别是悬浮磁体和圆筒的速度,  $\text{m}/\text{s}$ ;  $c_m$  是机械阻尼,  $g$  为重力加速度,  $\text{m}/\text{s}^2$ ; 用于描述系统的黏滞阻尼和摩擦, 通过解方程 (2) 可得到电流

$$i = \alpha \frac{\dot{x} - \dot{z}}{R_{\text{load}} + R_{\text{int}}} \quad (4)$$

根据楞次定律, 电流作用力和相对运动方向相反。具体来说, 将振动能量转化为电能的线圈的感应会导致电阻尼的增加。电阻尼可以用  $c_e=\alpha^2/(R_{\text{int}}+R_{\text{load}})$  来表示, 方程 (4) 代入方程 (3) 可得

$$m\ddot{x} + c_e(\dot{x} - \dot{z}) + k(x - z) + k_3(x - z)^3 = -mg \quad (5)$$

式中  $c=c_m+c_e$  用来描述机械阻尼和电阻尼系数。

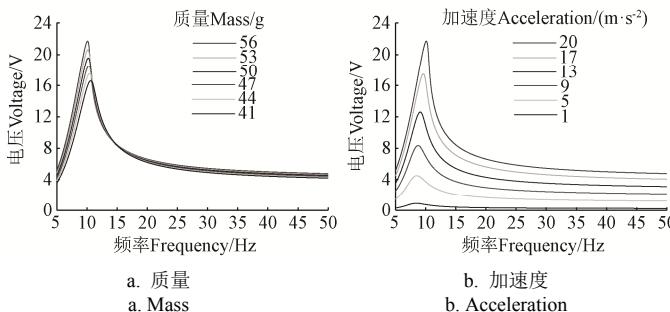
## 1.3 俘能器模型的简谐响应

通过变量代换, 将  $y=x-z$  代入方程 (5), 可得到中间磁体和外部圆筒相对位移的控制方程。 $y$ 、 $\dot{y}$  和  $\ddot{y}$  为悬浮磁体与外部圆筒的相对位移, 相对速度和相对加速度。

$$\ddot{y} + 2\zeta\omega\dot{y} + \omega^2 y + \beta y^3 = F_0 + F_1 \cos(\Omega t) \quad (6)$$

此时方程 (5) 的系数改写为

$$2\zeta\omega = \frac{c}{m}, \omega^2 = \frac{k}{m}, \beta = \frac{k_3}{m}, \\ F_0 = -g, F_1 = \Omega^2 A \quad (7)$$



注: 图例数值(从上至下)与线条顺序一致。

Note: The legend value (from top to bottom) is consistent with the line order.

式中  $F_1$  为激励加速度,  $\text{m}/\text{s}^2$ , 利用多尺度摄动理论推导的系统频率响应, 相对位移频率响应幅值的最终方程如下<sup>[30]</sup>

$$\begin{aligned} & \left(\frac{3\beta}{8\omega}\right)^2 a^6 + \left(\frac{9\beta^2 F_0^2}{8\omega^6} + \frac{3}{4}\beta\left(1-\frac{\Omega}{\omega}\right)\right)a^4 + \\ & \left(\left(\frac{3\beta F_0^2}{2\omega^5}\right)^2 + \frac{3\beta F_0^2}{\omega^4}\left(1-\frac{\Omega}{\omega}\right) + (\Omega - \omega)^2\right. \\ & \left.+ (\zeta\omega)^2\right)a^2 - \left(\frac{F_1}{2\omega}\right)^2 = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

式中  $\zeta$  为阻尼比, 仿真时取 0.245,  $\omega$  为角频率, 为 47.39 Rad/s;  $\beta$  为  $4.57 \times 10^6 \text{ N}/(\text{kg} \cdot \text{m}^3)$ ,  $F_0=-9.8 \text{ m}/\text{s}^2$ ,  $a$  为悬浮磁体位移响应, mm。

利用方程 (4), 电流  $i(t)$  可以用下式表示

$$i(t) = -\left(\frac{\alpha}{R_{\text{load}} + R_{\text{int}}}\right)\Omega a \sin(\Omega t - \gamma) \quad (9)$$

因此, 峰峰值电压  $V_{\text{eff}}$  通过下式计算。

$$V_{\text{eff}} = 2\alpha\Omega a \quad (10)$$

式中  $\gamma$  为响应的相位, 根据方程 (8), 理论的峰峰值电压可通过方程 (10) 得到, 俘能器的峰峰值电压可以通过试验台正弦扫频得到。

图 3 是俘能器参数变化, 输出电压随频率的变化关系图。为了消除磁体质量变化对发电电压的影响, 在此增加非磁性材料的质量来达到增加悬浮磁体质量的目的, 主要通过中间悬浮磁体吸附一定质量的金属材料实现。从图 3a 可看出, 随着磁浮磁体质量的增加, 最大输出电压增加; 最大输出电压大约从 16 到 22 V, 质量波动对最大输出电压有一定的影响。然而, 随着磁浮磁体质量的增加, 相应的共振频率将随之降低。从图 3b 可以看出, 激励加速度对最大输出电压的影响很大, 相应的共振频率也将随加速度的增加而增大, 但变化不明显。从图 3c 可看出, 间距  $h_0$  对输出电压的曲线形状影响很大, 当  $h_0$  分别等于 53 和 52 mm 时方程有唯一解, 输出电压曲线稳定; 当  $h_0$  小于 52 mm 时, 方程解不唯一, 输出电压曲线包括稳定解和非稳定解, 此时会发生跳跃现象。和图 3c 一样, 从图 4d 阻尼比对输出电压形状影响也很大, 当阻尼比小于 0.21 时, 稳定解和非稳定解同时存在, 也会出现跳跃现象。

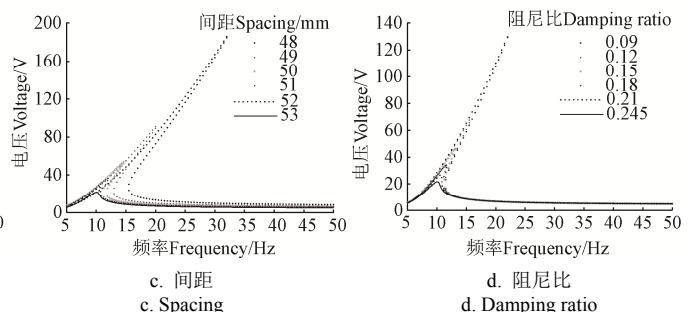


图 3 俘能器参数变化时输出电压随频率变化

Fig.3 Output voltage varied with the frequency when the energy harvester parameters changed

## 2 试验验证

为了验证俘能器模型的正确性, 对俘能器进行试验测试, 验证俘能器的发电性能, 整个试验系统包括三大主要部分: 振动台, 示波器和数据采集笔记本, 如图 4 所示。



图 4 试验系统构成

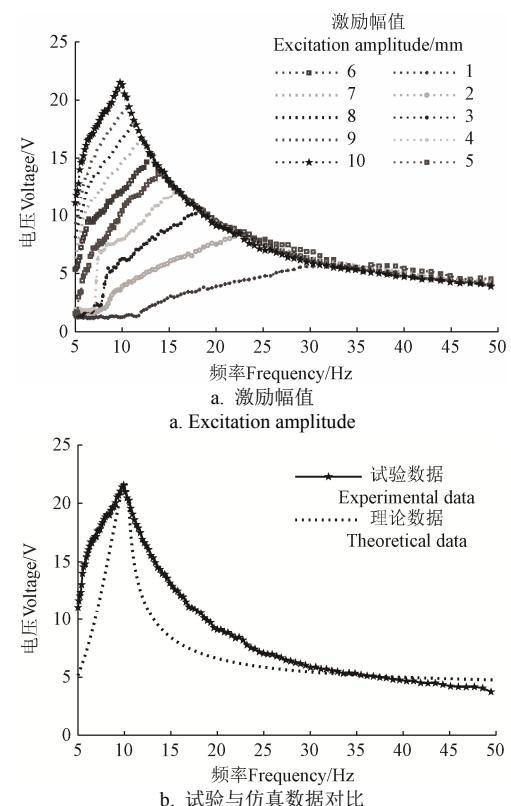
Fig.4 Experimental system composition

### 2.1 正弦扫频测试

设计俘能器的目的是在宽频带范围内产生足够的发电量, 所以进行正弦扫频试验来验证其正确性。扫频频率从 5 到 50 Hz, 激励加速度 20 m/s<sup>2</sup>, 激励峰峰值从 1 到 10 mm, 总共 10 个工况。以 1 mm 峰峰值激励为例, 通过振动台测试软件, 设置扫频起始频率  $f_1=5$  Hz, 扫频的峰峰值位移  $PP_1=1$  mm, 此时振动加速度  $a_1=(2\times3.14f_1)^2\cdot PP_1/2\times10^{-3}=0.49298$  m/s<sup>2</sup>; 拐点峰峰值位移同样设置为  $PP_c=1$  mm, 此时加速度值为  $a_c=20$  m/s<sup>2</sup>, 此时, 可以根据  $20=(2\times3.14\times f_c)^2\cdot PP_c/2\times10^{-3}$  计算出拐点频率  $f_c=31.847$  Hz; 扫频终止频率  $f_2=50$  Hz, 此时加速度为  $a_2=20$  m/s<sup>2</sup>, 同理根据  $a_2=(2\times3.14f_2)^2\cdot PP_2/2\times10^{-3}$  可计算出  $PP_2=0.405696$  mm。按照此方法, 设置了正弦扫频 5 到 50 Hz, 峰峰值设置为 1 mm, 加速度 20 m/s<sup>2</sup> 的激励, 其他峰峰值激励设置与此方法完全相同。

电磁振动台工作时会产生高频辐射, 造成滤波器采集的信号夹杂大量的高频信号成分, 因此必须去除高频干扰。根据切比雪夫滤波原理, 利用 MATLAB 编制低通滤波程序, 设置通带截止频率为 50 Hz, 阻带截止频率为 100 Hz, 通带边衰减 0.08 dB, 阻带边衰减为 90 dB。滤波后得到的正弦扫频试验结果如图 5a 所示, 图 5b 为数值仿真结果和试验结果的对比。

从图 5a 可以看出, 随着激励峰峰值的增加, 最大输出电压也增加; 但随着激励峰峰值的增加, 最大输出电压对应的频率相应减小。频率范围是 9.77 到 31.75 Hz, 输出电压范围为 5.92 到 21.52 V。所以, 俘能器有宽频发电能力, 可给不同类型的传感器供电。从图 5b 可以看出理论计算和试验结果基本吻合, 变化趋势一致。理论计算结果曲线上升和下降迅速, 原因可能是俘能器的非线性, 阻尼比理论计算的时候取定值, 但实际情况, 阻尼比随着悬浮磁体相对速度不同而改变。



b. Comparison of the experimental data and theoretical data

注: a 图中激励幅值从上至下依次为 10、9、8、7、6、5、4、3、2 和 1 mm。  
Note: From top to bottom, excitation amplitudes in figure a are 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2 and 1 mm, respectively.

图 5 试验和仿真数据

Fig.5 Experimental data and simulation data

### 2.2 驻频测试

为了验证俘能器在固定频率不同负载电阻工况下的发电性能, 固定频率范围为 5~50 Hz, 步长为 5 Hz。俘能器线圈内阻为 1388 Ω, 选取负载为 100Ω、1388Ω、10<sup>4</sup>Ω 和 10<sup>5</sup>Ω 下的输出功率。图 6a~图 6c 分别是激励峰峰值为 1、5 和 10 mm, 激励加速度均为 20 m/s<sup>2</sup> 时输出功率的对比图。

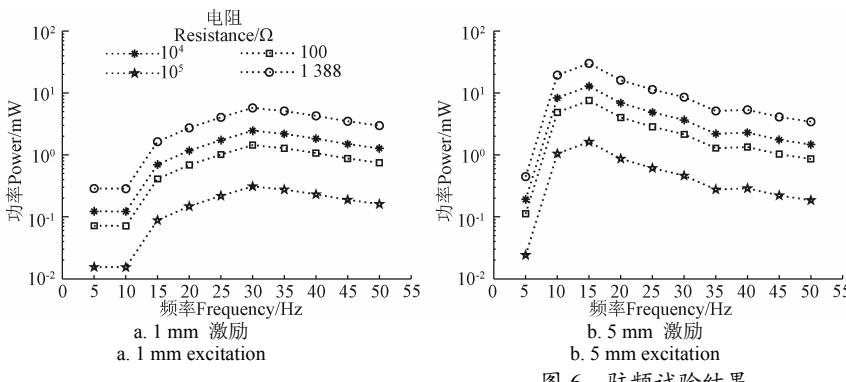
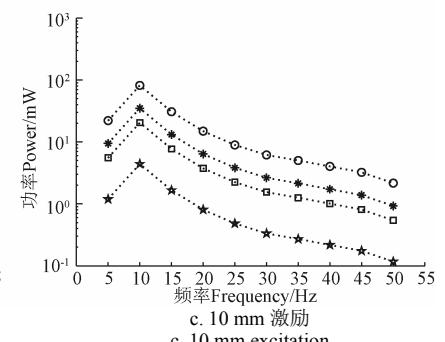


图 6 驻频试验结果

Fig.6 Fixed frequency test results



从图 6a 可以看出, 在 1 mm 峰峰值激励下, 负载为  $1388 \Omega$  时在 30 Hz 输出功率最大为 5.76 mW; 从图 6b 可以看出, 在 5 mm 峰峰值激励下, 负载为  $1388 \Omega$  时在 15 Hz 输出功率最大为 30.11 mW; 从图 6c 可以看出, 在 10 mm 峰峰值激励下, 负载为  $1388 \Omega$  时在 10 Hz 输出功率最大为 81.93 mW, 试验数据表明俘能器具有宽频发电能力。

### 3 俘能器性能评价

#### 3.1 俘能器电路

考虑到实际应用, 电磁振动俘能器的交流感应电压必须转换为稳定的直流输出。电磁能量俘能器的能量转换主要考虑两点: 1) 低感应电压。桥式整流器总是具有正向压降, 肖特基二极管可用于将正向电压降至  $0.3\sim0.7$  V; 2) 功率权衡。由于俘能器的输出功率有限, 对于串联稳压器, 晶体管两端的电压差异很大, 所需功耗总是超过俘能器的有效输出功率, 因此应采用开关稳压器。但是分配给振荡器和比较器的功率必须仔细处理以保持总功率输出的能力。本文设计了一个全桥整流器和一个 DC-DC 升压转换器的能量转换电路, 电路的实物如图 7 所示, 它可以提供稳定的 5V/10 mA 直流输出。肖特基势垒二极管 BAT54LT1 用于最小化电压降(低正向电压 0.35 V (典型值) @ IF=10 mA)。

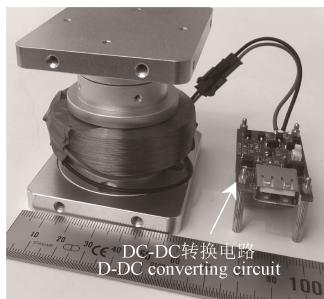


图 7 俘能器转换电路

Fig.7 Converting circuit of the energy harvester

目前对俘能器的性能评价主要由俘能器的效率, 效能和体积优值 3 个指标<sup>[31]</sup>。本节主要从俘能器效率, 效能和俘能器体积优值 3 个指标对本文所设计的俘能器进行性能评价。

#### 3.2 俘能器效率

俘能器的效率等于俘能器输出功率 (试验实测功率) 与振动台输入功率的比值, 振动台输入功率等于俘能器的质量乘以激励加速度再乘以激励速度, 而激励速度等于激励加速度除以激励角频率。根据此方法可以计算振动台输入功率。俘能器总质量为 0.98 kg, 可以分别计算从 5 到 50 Hz 振动台的输入功率。表 2 列出了  $20 \text{ m/s}^2$  加速度激励下, 激励峰峰值分别为 1、5 和 10 mm 激励下的效率, 表中数据显示随着激励峰峰值的增加, 效率整体增加; 但激励峰峰值增加, 最大效率对应的频率会减小。从表 2 数据来看, 俘能器 1 mm 激励效率的最大值应该是在 15 Hz 达到最大 0.78%, 比中值 5 mm 的激励要小, 但在 5 Hz 时计算的效率为 3.68%, 出现偏大的

原因主要由于在低频 ( $5\sim13$  Hz) 1 mm 位移激励下俘能器响应电压很小, 再加上干扰, 滤波器在很低频无法完全去除干扰, 造成滤波后电压信号随频率变化很小, 从图 5a 可以看出在 5 到 13 Hz, 滤波后电压信号几乎是水平线, 由此造成计算效率偏大, 超过了中值 5 mm 激励时的效率。因此, 在峰峰值 1、5 和 10 mm 激励下的最大效率为 2.85%。

表 2 俘能器 1、5 和 10 mm 激励效率

Table 2 Efficiency under 1,5 and 10 mm excitation

幅值 Amplitude /mm	项目 Item	频率 Frequency/Hz									
		5	10	15	20	25	30	35	40	45	
	试验/mW	0.28	0.29	1.64	2.74	4.05	5.76	5.13	4.28	3.50	2.979
1	输入/mW	7.8	62.0	209	496	969	1675	1820	1592	1415	1274
	效率/%	3.68	0.46	0.78	0.55	0.42	0.34	0.28	0.27	0.25	0.23
	试验/mW	0.45	19.45	30.11	16.10	11.38	8.57	5.14	5.36	4.11	3.44
5	输入/mW	194	1551	4246	3185	2548	2123	1820	1592	1415	1274
	效率/%	0.23	1.25	0.71	0.51	0.48	0.40	0.28	0.34	0.29	0.27
	试验/mW	22.12	1281.93	30.8	14.95	8.95	6.17	5.022	4.03	3.24	2.17
10	输入/mW	776	63694	2426	3185	2548	2123	1820	1592	1415	1274
	效率/%	2.85	1.29	0.73	0.469	0.351	0.29	0.28	0.25	0.23	0.17

#### 3.3 俘能器效能

俘能器的效能是评价俘能器设计完善程度及性能优劣, 俘能器的效能是俘能器试验的最大功率与理论最大功率的比值, 理论最大功率与俘能器的结构以及频率相关<sup>[31]</sup>, 具体表达式如式 (11) 所示

$$P_{\max} = \frac{1}{2} Y_0 Z_l \omega^3 m \quad (11)$$

$$Y_0 = Ac / \omega^2 = Z_{p-p} / Q = Z_{\max} / Q \quad (12)$$

式中  $Ac$  为激励加速度,  $\omega$  为角频率,  $Z_{p-p}$  为共振俘能器的位移的峰峰值,  $Q$  为品质因子, 对于磁浮式俘能器,  $Z_l=(0.2\sim0.25)Z_{p-p}$ ,  $Z_{p-p}$  为上下 2 磁体中间的距离,  $m$  为俘能器总质量。试验测得的俘能器最大输出功率为 10 Hz 时功率为 81.93 mW, 激励加速度为  $20 \text{ m/s}^2$ ,  $Z_{p-p}$  为 106 mm, 质量为 0.98 kg, 可估算俘能器的最大功率为 832 mW, 效能为 9.85%。

#### 3.4 俘能器体积优值

俘能器性能的评价标准之一的体积优值表达式  $F_O M_V$ <sup>[31]</sup> 计算公式如式 (13) 所示

$$F_O M_V = \frac{\text{有效输出功率}}{\frac{1}{16} Y_0 \rho_{Au} Vol^{\frac{4}{3}} \omega^3} \quad (13)$$

式中  $\rho_{Au}$  为金的密度, 为  $19.3 \text{ g/cm}^3$ ,  $Vol$  为俘能器的体积, 本文俘能器的体积为  $40.27 \text{ cm}^3$ , 最终计算的体积优值为 39.74%, 和目前俘能器的值相比, 处于较大值范围, 说明俘能器具有良好的俘能性能。

### 4 俘能器路谱模型、试验及应用

#### 4.1 路谱随机激励数学模型

以丘陵山区农业机械工作时的随机振动荷载为外部激励, 丘陵山区农业机械的行驶速度时刻变化, 因而振

动能量收集装置所受的随机振动荷载可假设为由一系列幅值  $P$ 、位置  $x_i$ 、时间  $t$ 、到达时刻  $t_i$  不同、行进速度  $v_i$  随机变化的点力组成。

$$F(t) = P \sum_{i=1}^{N_v} \varepsilon_i \delta[x - x_i(t - t_i)] \quad (14)$$

式中  $\delta$  为狄拉克  $\delta$  函数， $\varepsilon_i$  为窗函数，当振动荷载进入时取值  $\varepsilon_i=1$ ，当荷载离开时取值  $\varepsilon_i=0$ ， $N_v$  为所承受的幅值为  $P$  的点力的数量。

在  $t$  时刻第  $i$  个点力的位置为  $x_i(t - t_i)$ ，随机速度  $v_i(t - t_i)$  为

$$\frac{dx_i(t - t_i)}{dt} = v_i(t - t_i) = v_0 + \sigma_v \xi_i(t - t_i) \quad (15)$$

$$0 < x_i(t - t_i) < b$$

式中  $b$  为上界， $v_0$  是移动荷载的平均速度，m/s， $\sigma_v$  是  $v$  的标准差， $\xi_i(t - t_i)$  假定为独立的速度扰动和平稳的白噪声随机过程，其二次变差过程如下，即

$$\langle v_i(t - t_i) \rangle = v_0, \langle \xi_i(t - t_i) \rangle = 0 \quad (16)$$

$$\langle \xi_i(t - t_i) \xi_j(t - t_j) \rangle = 0, i \neq j,$$

$$\langle \xi_i(t - t_i) \xi_i(t - t_i + \zeta) \rangle = (v_0 \sigma_v)^2 \delta(\zeta)$$

悬浮磁体的垂向响应  $w(x, y, t)$  可以表示为

$$w(x, y, t) = \sum_{n=1}^M \chi_n(t) \sin\left(\frac{n\pi}{b}x\right) \quad (17)$$

式中  $\chi_n$  为  $n$  阶模态、取一阶模态  $\chi_{11}(t) = \chi(t)$ ，将上述方程代入方程 (14)，采用 Galerkin 方法，并进行无量纲化可得

$$\ddot{\chi}(\tau) + \delta \dot{\chi}(\tau) - k \chi(\tau) - a_0 \cos(\Omega \tau) \chi(\tau) +$$

$$\eta D_t^\mu \chi(\tau) + \gamma \chi^3(\tau) + \eta_0 D_t^\mu \chi^3(\tau) =$$

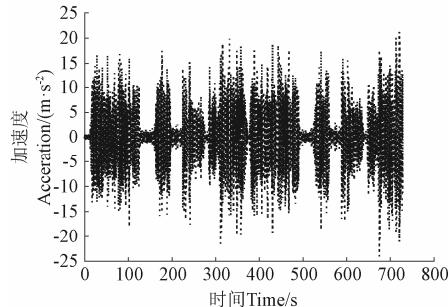
$$\Gamma \sum_{i=1}^{N_v} \varepsilon_i \sin[\omega \tau + \pi \sigma_v W_i(\tau - \tau_i)] \quad (18)$$

式中  $\Gamma$  为欧拉第二积分； $\omega$  为外部载荷激励角频率，Hz；方程的右侧是具有恒定振幅和随机相位的谐波函数（在数学上等同于频率波动的非单色驱动器），因此，它等价于有界或正弦 Wiener 噪声， $W_i(\tau - \tau_i)$  为 Wiener 随机过程。

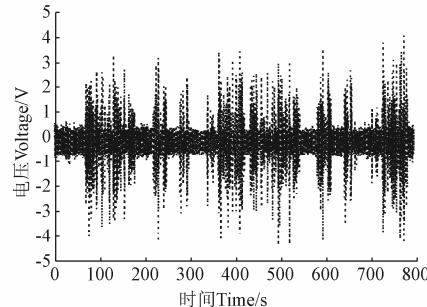
采用随机平均法对上述问题的平稳概率分布进行解析求解，引入以下变量变换

$$\chi(\tau) = A(\tau) \cos \theta, \dot{\chi}(\tau) = -\omega A(\tau) \sin \theta, \theta = \omega \tau + \varphi(\tau) \quad (19)$$

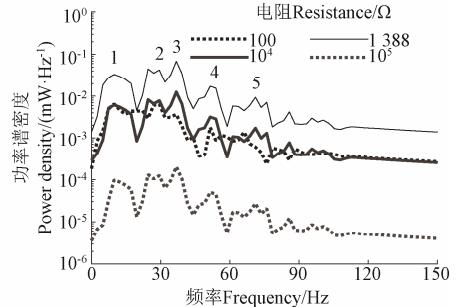
代入方程 (18) 可得



a. 路谱加速度  
a. Road spectrum acceleration



b. 电压数据  
b. Generation voltage data



c. 电阻  
c. Resistance

Fig.8 路谱试验数据

$$\dot{A} = -\delta A \sin^2 \theta + \frac{1}{\omega} \{A(1 - \omega^2) \cos \theta +$$

$$\gamma A^3 \cos^3 \theta - \Gamma \sin[\omega \tau + \pi \sigma_v W(\tau)]\} \sin \theta \quad (20)$$

$$A \dot{\theta} = -\delta A \sin \theta \cos \theta + \frac{1}{\omega} \{A(1 - \omega^2) \cos \theta +$$

$$\gamma A^3 \cos^3 \theta - \Gamma \sin[\omega \tau + \pi \sigma_v W(\tau)]\} \cos \theta \quad (21)$$

可建立响应幅值的概率密度函数  $P(A(\tau), \theta | A(\tau_0), \theta_0)$  的 FPK (Fokker-Planck-Kolmogorov) 方程表达式

$$\frac{\partial P(A, \theta)}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial A} \left[ \left( -\frac{1}{2} \delta A + \frac{(\Gamma \pi \sigma_v)^2}{8 A \omega^2} \right. \right.$$

$$\left. \left. + \frac{2 \omega^2 + (\pi \sigma_v)^2}{4} \right) P(A, \theta) \right] +$$

$$\frac{\left( \frac{(\pi \sigma_v)^2}{4} \right)^2 + \omega^2 (\pi \sigma_v)^4}{\left( \frac{(\pi \sigma_v)^2}{4} \right)^2 + \omega^2 (\pi \sigma_v)^4} P(A, \theta) +$$

$$\frac{1}{2} \left( \frac{(\Gamma \pi \sigma_v)^2}{4 \omega^2} \right) \frac{2 \omega^2 + (\pi \sigma_v)^2}{\left( \frac{(\pi \sigma_v)^2}{4} \right)^2 + \omega^2 (\pi \sigma_v)^4} \frac{\partial^2 P(A, \theta)}{\partial A^2}$$

对于平稳随机过程， $\frac{\partial P(A, \tau)}{\partial \tau}$ ，平稳概率密度函数的解为

$$P(A) = \frac{NA}{\wedge} \exp\left[2 \int \frac{\Delta(A)}{\wedge}\right] \quad (23)$$

式中  $\Delta(A)$  和  $\wedge$  的表达式如下

$$\Delta(A) = -\frac{1}{2} \delta A + \frac{(\Gamma \pi \sigma_v)^2}{8 A \omega^2} \frac{2 \omega^2 + \frac{(\pi \sigma_v)^2}{4}}{\left( \frac{(\pi \sigma_v)^2}{4} \right)^2 + \omega^2 (\pi \sigma_v)^4}$$

$$\wedge = \left( \frac{(\Gamma \pi \sigma_v)^2}{4 \omega^2} \times \frac{2 \omega^2 + \frac{(\pi \sigma_v)^2}{4}}{\left( \frac{(\pi \sigma_v)^2}{4} \right)^2 + \omega^2 (\pi \sigma_v)^4} \right)$$

#### 4.2 路谱随机振动测试

设计俘能器的目的是给传感器供电，测试其实用性非常重要。通过把实测的路谱作为电磁振动台激励源的方法进行试验，测试俘能器的实用性。图 8a 是实测的丘陵山区农业机械的随机路谱数据，图 8b 是俘能器输出电压的时域曲线，图 8c 是俘能器在不同外加载电阻工况下的功率谱密度。

从图 8c 看出俘能器输出的功率谱有 5 个峰值点，对应频率分别为 9.80、29.41、36.76、36.76、51.47 和 71.08 Hz，路谱数据进一步验证俘能器具有宽频发电能力。

#### 4.3 俘能器的应用

近年来,国家一直强调加快推进农业机械现代化,发展现代农业,以农业发展为经济发展的基础,而智能农机的发展是农业现代化中的重要发展领域。然而,智能农机的发展离不开大量传感器的应用,大量传感器的安装又增加了能耗。另外,农业机械一般工作在田地或者山区,路面崎岖,农业机械会产生较大的振动,俘获农业机械本身的振动产生的能量给传感器供电不仅减小了能耗,而且有利于社会的可持续发展。

图9是俘能器在丘陵山区某农业机械上的应用场景,长势旺盛的牧草会严重影响驾驶员的视线;而且,偏远乡村障碍物众多,例如树枝,电力设备等。收割机触碰树枝、电力设备已经造成了严重的事故。为了保证收割作业的安全,在输料管的顶端1位置加装微型雷达测距传感器,遇到障碍物时提前预警,确保收割安全。表3是微型测距雷达的详细参数,该研究所提出的俘能器发电功率(81.93 mW)可以为微型传感器供电。



图9 俘能器应用

Fig.9 Application of the energy harvester

表3 微型雷达参数

Table 3 The mini-radar parameters

名称	Definition	值	Value
测距范围	Ranging/m	0.3~12	
精度	Accuracy/m	$\pm 6\%(0.3 \sim 6 \text{ m})$ ; $\pm 1\%(>6 \sim 12 \text{ m})$	
频率	Frequency/Hz	100	
电压	Voltage/V	5	
平均功率	Average power/mW	$\leq 70$	
尺寸	Dimension/mm	42×15×16	
质量	Mass/g	$5 \pm 0.3$	

## 5 结论

俘能器磁浮磁体质量增加,最大输出电压随之增加;但最大电压对应的频率会减小,频率变化不大;激励加速度对最大输出电压影响很大,最大输出电压对应频率也随之增加,但变化不明显;俘能器间距 $h_0$ 和阻尼比对输出电压和对应频率影响很大,当 $h_0$ 小于52 mm时,输出电压不稳定,会发生跳跃现象;阻尼比小于0.21时,也会出现跳跃现象。

俘能器随着激励峰峰值的增加,最大输出电压也增

加;但随着激励峰峰值的增加,最大输出电压对应的频率相应减小。频率范围是9.77到31.75 Hz,输出电压范围为5.92到21.52 V。所以,俘能器具有宽频发电能力,可为不同类型的传感器供电。

驻频试验测试,在1、5和10 mm峰峰值的激励下,最大功率分别为5.76、30.11和81.93 mW,对应频率为30、15和10 Hz,俘能器具有宽频发电能力。

随机路谱试验显示俘能器输出的功率谱有5个峰值点,对应频率分别为9.80、29.41、36.76、36.76、51.47和71.08 Hz,路谱数据进一步验证俘能器具有宽频发电能力。

俘能器的最大效率为2.85% (10 mm峰峰值激励);效能为9.85%;体积优值为39.74%;俘能器可为丘陵山区牧草收割机械的微型传感器供电。

#### [参 考 文 献]

- [1] Carneiro P, Dos Santos M P S, Rodrigues A, et al. Electromagnetic energy harvesting using magnetic levitation architectures: A review[J]. Applied Energy, 2020, 260: 114191.
- [2] Wu Zhiyi, Guo Hengyu, Ding Wenbo, et al. A hybridized triboelectric-electromagnetic water wave energy harvester based on a magnetic sphere[J]. ACS Nano, 2019, 13: 2349-2356.
- [3] Gao M Y, Cong J L, Xiao J L, et al. Dynamic modeling and experimental investigation of self-powered sensor nodes for freight rail transport[J]. Applied Energy, 2020, 257: 113969.
- [4] Gao M, Su C, Cong J, et al. Harvesting thermoelectric energy from railway track[J]. Energy, 2019, 180: 315-329.
- [5] Gao M, Wang Y, Wang Y, et al. Modeling and experimental verification of a fractionally damped quad-stable energy harvesting system for use in wireless sensor networks[J]. Energy, 2020, 190: 116301.
- [6] Deng T, Zhang S Z, Gao Y W. A magnetic-dependent vibration energy harvester based on the tunable point defect in 2D magneto-elastic photonic crystals[J]. Crystals, 2019, 9: 261.
- [7] Beeby S P, Tudor M J, White N M. Energy harvesting vibration sources for microsystems applications[J]. Meas Sci Technol, 2006, 17: 175.
- [8] 高世桥,闫丽,金磊,等.非线性双端固支梯形梁压电俘能器结构设计与特性分析[J].农业机械学报,2019,50(7): 398-405.  
Gao Shiqiao, Yan Li, Jin Lei, et al. Structure design and characteristic analysis of nonlinear double-end fixed trapezoidal beam piezoelectric energy harvester[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural

- Machinery, 2019, 50(7): 398-405. (in Chinese with English abstract)
- [9] 罗志聪, 王帅, 唐家桓, 等. 基于微生物燃料电池供能的无线温度传感系统设计[J]. 农业工程学报, 2019, 35(12): 209-216.
- Luo Zhicong, Wang Shuai, Tang Jiahuan, et al. Design of wireless temperature sensing system powered by microbial fuel cell[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering (Transactions of the CSAE), 2019, 35(12): 209-216. (in Chinese with English abstract)
- [10] Gao M, Wang P, Cao Y et al. A rail-borne piezoelectric transducer for energy harvesting of railway vibration[J]. Journal of Vibro engineering, 2016; 18(7): 4647-4663.
- [11] Meninger S, Mur-Miranda J O, Amirtharajah R, et al. Vibration-to-electricenergy conversion[J]. IEEE Trans. Very Large Scale Integr, 2001, 9: 64-76.
- [12] Kecik K, Mitura A. Theoretical and experimental investigations of a pseudo-magnetic levitation system for energy harvesting[J]. Sensors, 2020, 20: 1623
- [13] Nammari A, Bardaweil H. Design enhancement and non-dimensional analysis of magnetically-levitated nonlinear vibration energy harvesters[J]. J Intell Mater Syst Struct, 2017, 28(19): 2810-2822.
- [14] Aldawood G, Nguyen H T, Bardaweil H. High power density spring-assisted nonlinear electromagnetic vibration energy harvester for low base-accelerations[J]. Applied Energy, 2019, 253: 113546.
- [15] Nammari A, Caskey L, Negrete J, et al. Fabrication and characterization of non-resonant magneto-mechanical low-frequency vibration energy harvester[J]. Mech Syst Sig Process, 2018, 102: 298-311.
- [16] Kecik K, Mitura A, Lenci S, et al. Energy harvesting from a magnetic levitation system[J]. International Journal of Non-Linear Mechanics, 2017, 94: 200-206.
- [17] Zhang Y W, Wang S L, Ni Z Y, et al. Integration of a nonlinear vibration absorber and levitation magnetoelectric energy harvester for whole-spacecraft systems[J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 2019, 32(3): 298-309.
- [18] Huang D M, Zhou S X, Han Q, et al. Response analysis of the nonlinear vibration energy harvester with an uncertain parameter[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part K Journal of Multi-body Dynamics, 2019, <https://doi.org/10.1177/1464419319893211>.
- [19] Rocha R T, Balthazar J M, Tusset A M, et al. On a non-ideal magnetic levitation system: Nonlinear dynamical behavior and energy harvesting analyses[J]. Nonlinear Dynamics, 2019, 95(4): 3423-3438.
- [20] Dos Santos M P S, Ferreira J A F, Simoes Jao, et al. Magnetic levitation-based electromagnetic energy harvesting: A semi-analytical non-linear model for energy transduction[J]. Scientific Reports, 2016, 6: 18579.
- [21] Firoozy P, Ebrahimi-Nejad S. Broadband energy harvesting from time-delayed nonlinear oscillations of magnetic levitation[J]. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 2020, 31(5): 737-755.
- [22] Firoozy P, Friswell M I, Gao Q B. Using time delay in the nonlinear oscillations of magnetic levitation for simultaneous energy harvesting and vibration suppression[J]. International Journal of Mechanical Sciences. 2019, 163: 105098.
- [23] Wang Z Y, Feng H R, Ding H, et al. Parametric influence on energy harvesting of magnetic levitation using harmonic balance method[J]. Journal of Vibration Engineering & Technologies, 2019, 7(6): 543-549.
- [24] Zhou S X, Zuo L. Nonlinear dynamic analysis of asymmetric tristable energy harvesters for enhanced energy harvesting[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2018, 61: 271-284.
- [25] Jiang W A, Chen L Q. Energy harvesting of monostable Duffing oscillator under Gaussian white noise excitation[J]. Mech Res Commun, 2013, 53: 85-91.
- [26] Jiang W A, Chen L Q. A piezoelectric energy harvester based on internal resonance[J]. Acta Mech Sin, 2015, 31: 223-228.
- [27] Palagummia S, Yuan F G. A bi-stable horizontal diamagnetic levitation based low frequency vibration energy harvester[J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2018, 279: 743-752.
- [28] Fan K Q, Zhang Y W, Liu H Y, et al. A nonlinear two-degree-of-freedom electromagnetic energy harvester for ultra-low frequency vibrations and human body motions[J]. Renewable Energy, 2019, 138: 292-302.
- [29] 徐雷钧, 白雪, 潘祎雯, 等. 传感器节点自主供电的环境混合能量收集系统设计[J]. 农业工程学报, 2017, 33(8): 147-152.  
Xu Leijun, Bai Xue, Pan Yiwen, et al. Design of ambient hybrid energy harvesting system for self-powered sensor node[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering (Transactions of the CSAE), 2017, 38(8): 147-152. (in Chinese with English abstract)
- [30] Manna B P, Sims N D. Energy harvesting from the nonlinear oscillations of magnetic levitation[J]. Journal of Sound and Vibration, 2009, 319: 515-530.
- [31] Mitcheson P D, Yeatman E M, Rao G K, et al. Energy harvesting from human and machine motion for wireless electronic devices[J]. Proceedings of the IEEE, 2008, 96(9): 1457-1486.

# Energy-harvesting experiment of a broadband magnetic-floating energy harvester under diverse vibration excitations

Sun Yuhua<sup>1,2,3</sup>, Li Shoutai<sup>1,2,3</sup>, Xie Shouyong<sup>1,2,3</sup>, Li Yunwu<sup>1,2,3</sup>, Gao Mingyuan<sup>1,2,3,4\*</sup>

(1. College of Eng. and Tech., Southwest University, Chongqing 400716, China; 2. Chongqing Key Laboratory of Agricultural Equipment in Hilly Area, Chongqing 400716, China; 3. National & Local Joint Eng. Lab. of Intelligent Transmission and Control Tech., Chongqing 400716, China; 4. College of Eng. and Computer Science, Australian National University, Canberra 2601, Australia)

**Abstract:** Vibration energy harvesting systems can convert the vibrational energy into the useful electric power, thereby offer a promising source of renewable energy for sustainable development of a society. However, there remains a great challenge on high power density and broadband energy collection under random power spectrum. In this study, a high power-density and broadband Magnetic-Floating Energy Harvester (MFEH) was presented for diverse vibration excitations. A COMSOL Multiphysics software was used to calculate the relationship between magnetic restoring force and displacement during the vibration. A mathematical model was established to explore the effects of different parameters on the performance of energy harvester, according to the governing equations of magnetic-floating vibration system and Kirchoff's law. The simulation results show that the maximum output voltage varied slightly from 16 to 22 V, as the mass of levitated magnet increased, indicating that the variation in mass can pose some influence on the maximum output voltage. Nevertheless, the resonant frequency decreased, when the mass of levitated magnet increased. The excitation acceleration has a significant influence on the maximum output voltage, whereas, there was a relatively small increase in the resonant frequency. Specifically, the spacing,  $d_0$ , has a significant impact on the curve shape of output voltage. There was only a unique solution for the governing equation, when the values of  $d_0$  were 53 and 52 mm, respectively, where the curves of output voltage were stable. But the solution for the governing equation was not unique, when the  $d_0$  was less than 52 mm. Consequently, the curve included the stable and unstable solutions, indicating that the jump phenomenon occurred in this case. Analogous to the parameter spacing  $d_0$ , the damping ratio also strongly determined the curve shape. When the damping ratio was less than 0.21, the curve also included the stable and unstable solution in presence of the jump phenomenon. Diverse excitation conditions, such as the sinusoidal sweeping and fixed frequency vibration, were selected to verify the capacity of power generation. Subsequently, the performance of energy harvester was evaluated by the indexes of efficiency, effectiveness, and the volume figure of merit. A regulated power supply circuit was also designed, combined with the practical application. A mathematical model of random excitation was established, according to the spectrum characteristics for a random road, when an agricultural machine working on hilly and mountainous areas. The solution of stationary probability density was obtained using the Fokker-Planck-Kolmogorov (FFK) equation expression for the response amplitude of probability density function. Experimental results showed the maximum output voltage ranged from 5.92 to 21.52 V, as the excitation frequency varied from 9.77 to 31.75 Hz under diverse amplitude. The maximum power reached 81.93 mW at 10 Hz. From 5 Hz to 50 Hz, the maximum deliverable power is 81.93 mW. The efficiency, effectiveness, and the volume figure of merit for the designed energy harvester were 2.85%, 9.85% and 39.74%, respectively. Five peaks can be obtained for the power spectral density of output generating voltage in energy harvester, where the frequencies were 9.80, 29.41, 36.76, 36.76, 51.47, and 71.08 Hz, indicating a broadband power response. The proposed device can be applied for powering the most sensors of agricultural machinery and equipment in hilly and mountainous areas.

**Keywords:** energy storage; agricultural machinery; experiments; the random road spectrum; energy harvester; magnetic-floating; broad-band; sinusoidal sweeping