

# 基于 HP 滤波与 ARIMA-GARCH 模型的柱塞泵泄漏量预测

陈乐<sup>1</sup>, 高文科<sup>1\*</sup>, 冀宏<sup>1</sup>, 张磊<sup>2</sup>

(1. 兰州理工大学能源与动力工程学院, 兰州 730050; 2. 徐州工程学院机电工程学院, 徐州 221018)

**摘要:** 柱塞泵关键摩擦副磨损造成的泄漏增大是其性能退化的主要原因, 预测泄漏量的变化趋势有助于定量分析柱塞泵性能退化过程。该研究使用 HP (Hodrick-Proscott) 滤波对柱塞泵泄漏量进行分解, 结合滤波后得到的趋势数据具有非线性及方差异性的特征, 基于时间序列方法建立 HP-ARIMA-GARCH (HP-Auto Regressive Integrated Moving Average-Generalized Autoregressive Conditionally Heteroscedastic) 模型预测柱塞泵泄漏量变化。通过不同时段泄漏量预测结果比较可知, 根据 HP 滤波分解后得到的趋势数据序列建立的 HP-ARIMA-GARCH 模型较传统时间序列模型预测结果的平均相对误差最高可减小 5.42 个百分点, 能够实现对泄漏量的有效预测。研究结论可为柱塞泵性能退化的定量预测提供理论参考。

**关键词:** 柱塞泵; 模型; 泄漏量预测; HP 滤波; ARIMA-GARCH; 性能退化

doi: 10.11975/j.issn.1002-6819.2022.10.008

中图分类号: TH322

文献标志码: A

文章编号: 1002-6819(2022)-10-0061-07

陈乐, 高文科, 冀宏, 等. 基于 HP 滤波与 ARIMA-GARCH 模型的柱塞泵泄漏量预测[J]. 农业工程学报, 2022, 38(10): 61-67. doi: 10.11975/j.issn.1002-6819.2022.10.008 <http://www.tcsae.org>

Chen Le, Gao Wenke, Ji Hong, et al. Predicting leakage in a piston pump using HP filter and ARIMA-GARCH model[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering (Transactions of the CSAE), 2022, 38(10): 61-67. (in Chinese with English abstract)  
doi: 10.11975/j.issn.1002-6819.2022.10.008 <http://www.tcsae.org>

## 0 引言

柱塞泵是液压系统的核心动力元件之一, 因具有输出功率高、流量脉动小等优点在大型农机装备等领域广泛使用。随着累积运行时间的增加, 柱塞泵主要性能退化表现为泄漏量增加及容积效率下降, 进而影响主机的整体性能和作业安全。准确预测柱塞泵性能退化过程, 可为采取有效维护策略提高设备可靠性、延长设备使用寿命及保障作业安全提供决策依据。

柱塞泵在运行过程中关键摩擦副的摩擦磨损是造成其性能退化的主要原因<sup>[1-3]</sup>, 近年来许多学者致力于探究柱塞泵不同摩擦副的磨损退化机理和摩擦副结构优化<sup>[4-7]</sup>, 但多从理论推导结合试验验证的角度定性分析, 缺乏对性能退化过程的定量描述。柱塞泵复杂紧凑的结构和对密封性的要求使得难以在其内部安装监测装置, 摩擦副零件微米级别的配合间隙也难以通过仿真得到精准结果。因此, 只能通过反映柱塞泵性能退化的外特征参数定量描述退化过程<sup>[8-10]</sup>。泄漏量直接影响泵的容积效率, 是直观反映柱塞泵性能退化的外特征量<sup>[11]</sup>。随运行时间的增加, 柱塞泵关键摩擦副处的等效间隙增大, 泄漏量随时间增加具有随机性<sup>[12]</sup>。当前研究常使用随机

过程方法预测柱塞泵的剩余寿命<sup>[13-15]</sup>, 虽然概率模型可针对性地制定维修决策, 但仍无法对泵的外特征参数实现定量预测, 时间序列方法可基于数据特征建立预测模型实现短期精准的定量预测。

传统时间序列模型包括线性 ARMA (Auto Regressive and Moving Average) 模型、非线性模型和异方差模型等, 在不同预测领域都有广泛应用<sup>[16-18]</sup>。机器学习方法作为近年研究热点也常用于预测分析, 但相较于时间序列模型, 神经网络、支持向量机等方法并未考虑数据的背景信息, 且常需大量样本训练及优化模型参数才能得到较好的预测结果<sup>[19-23]</sup>。柱塞泵泄漏量随运行时间变化具有趋势性的同时还有随机性, 因此采用时间序列方法拟合预测模型, 定量分析泄漏量变化。

HP (Hodrick-Proscott) 滤波是经济学中常用的数据分析方法, 可将数据分解为长期趋势项和短期波动项。相较于卡尔曼滤波、小波平滑等数据处理方法, HP 滤波无需先验信息且简单易行, 能有效提取时间序列的长期趋势, 降低数据噪声影响<sup>[24-26]</sup>, 因此在数据预测以及产品性能退化的可靠性分析等领域愈加得到关注<sup>[27-28]</sup>。

综上, 本文使用柱塞泵泄漏量作为反映其性能退化的特征量, 结合泄漏量数据随机性强的特点, 使用 HP 滤波对数据进行降噪, 根据分解得到的趋势项数据建立 HP-ARIMA-GARCH 模型, 并对不同时段以及不同模型的预测结果进行对比, 以验证本文建模方法的有效性。

## 1 HP-ARIMA-GARCH 模型构建

### 1.1 HP 滤波

HP 滤波是一种高通滤波器, 可将时间序列  $\{x_t\}$  分解

收稿日期: 2022-04-11 修订日期: 2022-05-10

基金项目: 国家自然科学基金项目 (71561016); 国家博士后基金项目 (2017M613297XB, 2019T120964); 江苏省高等学校自然科学研究重大项目 (19KJA140002)

作者简介: 陈乐, 研究方向为机电系统可靠性、寿命预测与健康管理。

Email: 17361576865@163.com

※通信作者: 高文科, 博士, 副教授, 研究方向为机电系统可靠性、寿命预测与健康管理。Email: gaowk\_best@163.com

为长期趋势项  $\{x_k\}$  和具有随机波动特性的波动项  $\{x_c\}$ 。

其中, 趋势项  $\{x_k\}$  被定义为下式的解:

$$\{x_k\} = \min \left\{ \sum_{i=1}^{n-1} (x_{t_i} - x_{k_i})^2 + \lambda \sum_{i=2}^n [(x_{k_{i+1}} - x_{k_i}) - (x_{k_i} - x_{k_{i-1}})]^2 \right\} \quad (1)$$

式中  $i$  为时间序列数据的顺序号,  $n$  为时间序列的样本个数, 第一项表示趋势项对原序列的跟踪程度, 第二项为表示趋势项的光滑程度,  $\lambda$  为平滑参数, 控制趋势项的平滑程度。

对式(1)求  $\{x_{k_i}\}$  序列的一阶偏导, 即可获得趋势序列  $\{x_k\}$ :

$$x_k = (\mathbf{I} + \lambda \mathbf{G})^{-1} x_t \quad (2)$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 5 & -4 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -4 & 6 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -4 & 6 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & -4 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中  $\mathbf{G}$  为系数矩阵,  $\mathbf{I}$  为单位阵。当  $\lambda \rightarrow 0$  时, 趋势项对序列的跟踪程度达到最大, 当  $\lambda \rightarrow +\infty$  时, 趋势项序列光滑程度达到最大, 当  $\lambda = 0$  时, HP 滤波方法即退化为最小二乘法。通过上述 HP 滤波方法即可将时间序列分解为周期项和波动项。

## 1.2 ARIMA-GARCH 模型

ARMA  $(p, q)$  模型即自回归移动平均模型由自回归 (Auto-regressive, AR( $p$ )) 和移动平均 (Moving-Average, MA( $q$ )) 模型组成,  $p$  和  $q$  为模型对应的滞后阶数, 适用于平稳序列。但实际应用中时间序列多为非平稳序列, 可经过  $d$  次差分将其转变为平稳序列。此时 ARMA  $(p, q)$  模型转化为求和自回归移动平均模型, 即 ARIMA  $(p, d, q)$  模型:

$$\Phi(B) \nabla^d x_t = \Theta(B) \varepsilon_t \quad (4)$$

式中  $B$  为延迟算子,  $\Phi(B) = 1 - \sum_{i=1}^p \phi_i B^i$  为  $p$  阶自回归多项

式,  $\phi_i$  为第  $i$  个自回归项的系数;  $\Theta(B) = 1 - \sum_{j=1}^q \theta_j B^j$  为  $q$  阶移动平均多项式,  $\theta_j$  为第  $j$  个移动平均项的系数,  $\nabla^d = (1 - B)^d$  表示差分,  $\varepsilon_t$  为残差序列, 服从均值为 0, 方差为  $\sigma_\varepsilon^2$  的正态分布。

ARIMA 模型的阶数由差分后的时间序列样本的相关函数决定, 通过绘制相关函数图和 AIC (Akaike Information Criterion) 准则可确定最佳模型阶数。

由于测量误差等多种因素的影响, 模型残差序列  $\{\varepsilon_t\}$  存在条件异方差性, 此时残差序列  $\varepsilon_t$  服从方差为  $h_t$  的正态分布。异方差特性说明残差序列中仍包含有效信息, 模型的拟合不充分, 影响预测结果。而条件异方差模型 (Generalized Autoregressive Conditionally Heteroscedastic, GARCH) 可进一步拟合残差序列, GARCH  $(m, n)$  模型的定义为:

$$\begin{cases} h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \beta_i h_{t-i} + \sum_{j=1}^n \alpha_j \varepsilon_{t-j}^2 \\ \varepsilon_t = e_t \sqrt{h_t} \end{cases} \quad (5)$$

式中  $h_t$  为异方差值,  $m$  和  $n$  为 GARCH 模型对应的滞后阶数,  $\varepsilon_{t-j}$  表示序列  $\varepsilon_t$  的第  $j$  个滞后值,  $\beta_i$  和  $\alpha_j$  为模型系数,  $\alpha_0$  为常数, 模型残差  $e_t$  为标准化残差, 服从标准正态分布  $N(0, 1)$ 。

由于多阶 GARCH 模型参数估计复杂且残差序列往往具有随机性, 因此, 异方差模型多拟合为 GARCH  $(1, 1)$ <sup>[29]</sup>。

HP-ARIMA-GARCH 模型建模及计算过程使用 MATLAB 2018b 软件实现, 具体流程如图 1。

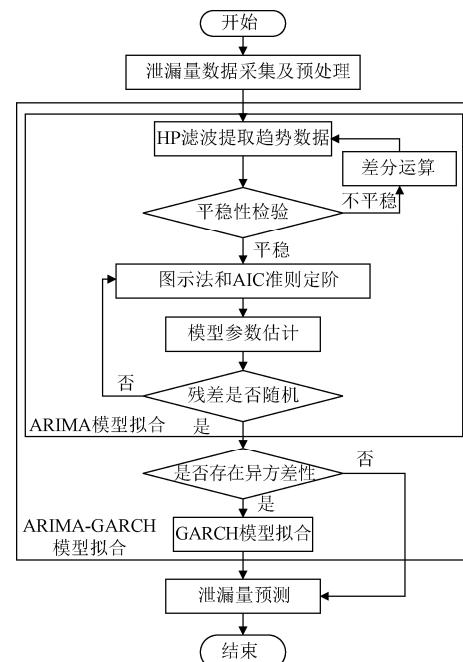


图 1 模型构建及泄漏量预测模流程图  
Fig.1 Flow chart of model construction and leakage prediction

## 2 实例分析

本文以文献[13]的柱塞泵泄漏量数据为研究对象, 试验数据采集过程中柱塞泵额定压力 28 MPa, 输入转速为 2 000~4 000 r/min, 共采集 5 台同型号柱塞泵从开始工作至运行 1 000 h 的泄漏量数据。

### 2.1 HP-ARIMA 模型建立

以 1 号泵泄漏数据为例介绍 HP-ARIMA-GARCH 模型的建模过程。选取运行的前 950 h 的泄漏量数据作为模型的训练集, 后 50 h 泄漏量作为验证集。使用 HP 滤波对训练集数据进行分解, 平滑参数选择经验值  $\lambda = 14\ 400$ <sup>[30]</sup>, 分解后得到的趋势项数据如图 2。

从图 2 可看出, 分解后得到的趋势项数据较原始泄漏量数据更光滑, 以趋势项数据作为训练集, 经 3 次差分后序列平稳, 绘制趋势项序列的相关函数图如图 3。

图 3 中自相关函数呈现类似余弦函数波动的拖尾特征, 偏自相关函数表现出截尾特征, 滤波后数据适用

ARIMA ( $p, 3, 0$ ) 模型。选择对应的偏自相关系数为  $p_i = [1, 2, 3, 7, 16, 19]$ , 计算对应的 AIC 值如表 1。

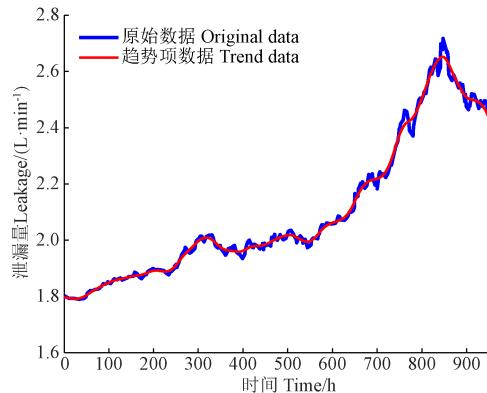
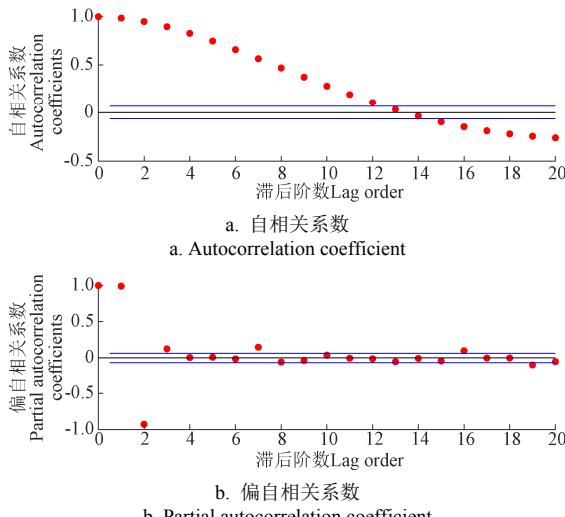


图 2 HP 滤波分解后趋势项数据

Fig.2 Trend data decomposed by HP (Hodrick-Prescott) filter



注: 图中直线表示残差序列的二倍标准差范围。  
Note: The lines in the figure indicate the range of double standard deviation of the residual sequence.

图 3 趋势项数据相关系数

Fig.3 Correlation coefficient of the trend data

表 1 AIC 值计算结果

Table 1 Results of AIC (Akaike Information Criterion) calculation

阶数 Order	1	2	3
AIC	-23 500	-25 346	-25 359
阶数 Order	7	16	19
AIC	-25 372	-25 374	-25 369

从表 1 中可看出, 当阶数  $p=16$  时 AIC 值最小, 因此模型确定为 HP-ARIMA (16,3,0)。使用最小二乘方法对模型参数进行拟合, 模型表达式为

$$\begin{aligned} x_t &= 4.95 \times 10^{-10} + 2x_{t-1} - 1.18x_{t-2} + 0.13x_{t-3} - \\ &0.04x_{t-4} - 0.21x_{t-5} - 0.37x_{t-6} - 0.22x_{t-7} - 0.07x_{t-8} - \\ &0.15x_{t-9} + 0.09x_{t-10} - 0.06x_{t-11} + 0.1x_{t-12} - 0.1x_{t-13} + \\ &0.19x_{t-14} - 0.24x_{t-15} + 0.1x_{t-16} + \varepsilon_t \end{aligned} \quad (6)$$

式中  $\varepsilon_t$  服从正态分布  $N(0, 1.4475 \times 10^{-13})$ 。

## 2.2 HP-ARIMA-GARCH 模型建立

使用 LB (Ljung-Box) 检验对模型残差序列  $\{\varepsilon_t\}$  以及

平方序列  $\{\varepsilon_t^2\}$  进行随机性检验, 在 0.05 水平下检验结果如表 2。从表 2 可以看出, 在不同滞后阶数下, HP-ARIMA (16,3,0) 模型的残差序列均能满足纯随机性要求, 但对残差平方序列, LB 统计量的  $P < 0.05$ , 残差平方序列存在显著自相关性, 残差序列可能存在异方差性。

表 2 模型残差序列  $\{\varepsilon_t\}$  及残差平方序列  $\{\varepsilon_t^2\}$  显著性检验结果

Table 2 Significance test results of residual sequence  $\{\varepsilon_t\}$  and residual squared sequence  $\{\varepsilon_t^2\}$  of model

阶数 Orders	$\{\varepsilon_t\}$		$\{\varepsilon_t^2\}$	
	统计量 Statistics	P	统计量 Statistics	P
1	0.000 1	0.991 4	10.05	0.001 5
5	0.099 1	0.998 0	22.08	0.000 5
10	0.153 8	1	33.42	0.000 2

注:  $P < 0.001$  极显著,  $0.001 \leq P < 0.05$  显著。下同。

Note:  $P < 0.001$  means extremely significant,  $0.001 \leq P < 0.05$  means significant. The same below.

BDS (Brock-Dechert-Scheinkman) 检验和 LM (Lagrange-Multiplier) 检验是统计学中常用的判断序列是否具有非线性及异方差性的方法。在 0.05 水平下对模型的残差序列  $\{\varepsilon_t\}$  进行检验, 结果如表 3 所示。

表 3 残差序列  $\{\varepsilon_t\}$  特征检验结果

Table 3 Residual sequence  $\{\varepsilon_t\}$  characteristic test results

检验方法 Test methods	统计量 Statistics	P
BDS	24.87	0.000 0
LM	10.144 9	0.006 3

残差序列 BDS 检验和 LM 检验的  $P$  值均小于 0.05, 即泄漏量数据具有非线性特征, 残差序列存在异方差性, 可使用 GARCH 模型进一步提取有效信息。对 HP-ARIMA (16,3,0) 模型的残差序列拟合 GARCH (1,1) 模型, 其参数及表达式为式 (7)。

$$h_t = 2 \times 10^{-7} + 0.121h_{t-1} + 0.1016\varepsilon_{t-1}^2 \quad (7)$$

条件异方差模型的残差序列  $\{\varepsilon_t\}$  理论上为白噪声序列, 服从标准正态分布。可使用正态分布 QQ (Quantile-Quantile) 图和直方图检验序列  $\{\varepsilon_t\}$  的正态性, 结果如图 4 和图 5 所示。

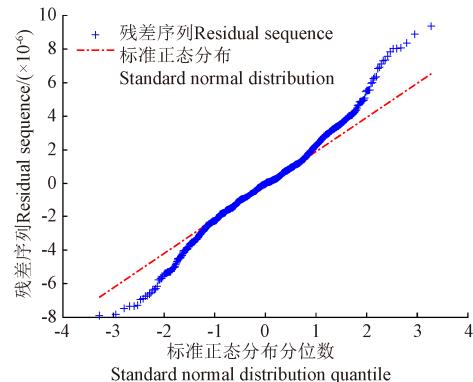
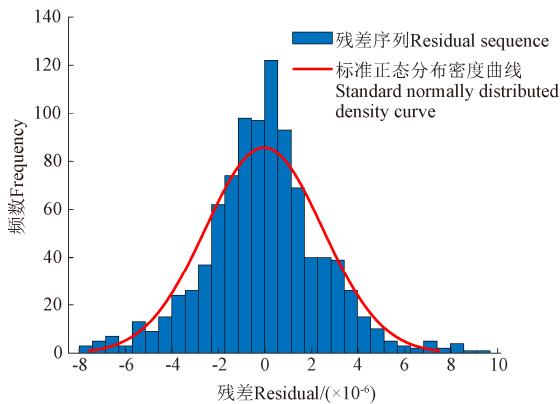


图 4  $\{\varepsilon_t\}$  序列 QQ 图

Fig.4 QQ (Quantile-Quantile) graph of  $\{\varepsilon_t\}$  sequence

图 5  $\{e_t\}$  序列分布直方图Fig.5  $\{e_t\}$  sequence distribution histogram

QQ 图直线和直方图中的曲线代表标准正态分布参考线。QQ 图中直线两端分位数偏离，直方图峰值处超出正态分布密度曲线，即模型残差序列仍存在较小的偏度和峰度，泄漏数据中峰值和波动的存在使得残差序列只能近似为正态分布。因此柱塞泵泄漏数据采集过程中的随机误差近似为正态分布，可为相关试验设计提供参考。

### 3 泄漏量预测

使用本文建立的 HP-ARIMA-GARCH 模型预测 1 号泵在 951~1 000 h 内的泄漏量，并与传统的 ARIMA 模型以及非线性模型自激励门限自回归模型（Self-Excitation Threshold Autoregressive Model, SETAR）进行比较，预测结果如图 6 所示。

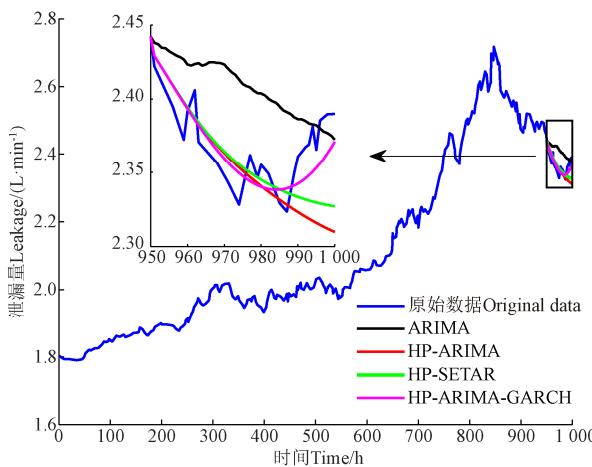


图 6 不同模型预测结果对比

Fig.6 Comparison of prediction results of different models

为定量分析预测结果的准确性，本文选用平均绝对误差（Mean Absolute Error, MAE）和均方误差（Mean Square Error, MSE）综合评价不同模型的预测精度。对应的误差指标计算方法如下：

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \hat{x}_i| \quad (8)$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_i)^2} \quad (9)$$

式中  $n$  为预测数据的个数， $\hat{x}_i$  为泄漏量预测值， $x_i$  为泄

漏量测量值。误差指标越小即模型对应的预测结果越精确。计算不同模型的误差结果如表 4。

表 4 模型预测误差比较  
Table 4 Comparison of model prediction errors

模型 Models	平均绝对误差 Mean absolute error MAE/ (L·min⁻¹)	均方误差 Mean square error MSE / (L·min⁻¹)	相对误差 Relative error/%
ARIMA	0.044 2	0.002 5	1.88
HP-ARIMA	0.023 2	0.001 0	0.98
HP-SETAR	0.019 9	$6.83 \times 10^{-4}$	0.84
HP-ARIMA-GARCH	0.014 0	$2.46 \times 10^{-4}$	0.59

综合预测曲线与误差分析，传统 ARIMA 模型的预测精度最低，HP-ARIMA 模型的预测结果较 ARIMA 模型在预测的前中期更加趋近于真实值，其中 MAE 降低了 47.5%，MSE 降低了 60%，平均相对误差减小 0.9 个百分点。对 1 号泵泄漏数据，HP 滤波有效提升了 ARIMA 模型的预测精度。

在预测时间段的前期，各模型的预测结果较接近，而预测时间段的后期，非线性模型预测精度更高。HP-SETAR 模型较 HP-ARIMA 的 MAE 降低 14 个百分点，MSE 降低 32%，组合模型 HP-ARIMA-GARCH 模型的预测精度进一步提升，其预测曲线最接近真实数据且预测误差最小，平均相对误差仅为 0.59%。

为验证所提方法对不同泄漏数据的适用性以及预测准确性，本文采取横向与纵向两种方式进行对比验证。横向比较即对同一台泵在不同时段的泄漏量数据进行预测，纵向比较是对 5 台同型号柱塞泵泄漏量的相同时段进行建模并比较预测结果。

柱塞泵前期性能退化较缓慢，因此选取 1 号泵运行后期的 1~800 h, 1~850 h, 1~900 h 时间段内的泄漏量数据作为横向比较训练集，预测后 50 h 的泄漏量。横向比较的预测误差结果如表 5。

表 5 1 号泵不同时间段泄漏量预测误差

Table 5 Leakage prediction errors of No.1 pump in different time periods

预测时间段 Forecast time period/h	模型 Model	误差 Errors/ (L·min⁻¹)		相对误差 Relative error/%
		MAE	MSE	
801~850	ARIMA	0.051 4	0.003 7	1.95
	HP-ARIMA	0.024 7	0.001 3	0.94
	HP-SETAR	0.020 1	$9.67 \times 10^{-4}$	0.77
	HP-ARIMA-GARCH	0.018 2	$5.98 \times 10^{-4}$	0.71
851~900	ARIMA	0.212 2	0.031 9	6.35
	HP-ARIMA	0.038 4	0.002 1	1.50
	HP-SETAR	0.031 6	0.001 4	1.23
	HP-ARIMA-GARCH	0.024 2	$7.84 \times 10^{-4}$	0.93
901~950	ARIMA	0.032 0	0.001 6	1.29
	HP-ARIMA	0.022 2	$6.43 \times 10^{-4}$	0.90
	HP-SETAR	0.022 6	$6.61 \times 10^{-4}$	0.91
	HP-ARIMA-GARCH	0.018 2	$4.39 \times 10^{-4}$	0.73

使用不同模型对 2~5 号泵进行纵向比较，选择 1~950 h 时间段内的泄漏量数据作为纵向比较训练集，预测各泵在 951~1 000 h 段内的泄漏量变化。纵向比较对应的预测误差结果如表 6。

5 台柱塞泵性能退化过程中存在个体差异，泄漏量随

时间的变化趋势并不一致, 因此模型预测结果在预测精度的提升上也存在不同程度差异。

表 6 2~5 号泵 951~1 000 h 泄漏量预测误差

Table 6 Leakage prediction errors of No.2 to No.5 pumps at 951~1 000 h

编号 No.	模型 Model	误差 Errors/(L·min <sup>-1</sup> )		相对误差 Relative error/%
		MAE	MSE	
2	ARIMA	0.137 3	0.031 7	5.31
	HP-ARIMA	0.061 7	0.008 1	2.42
	HP-SETAR	0.053 1	0.003 3	1.72
	HP-ARIMA-GARCH	0.009 6	0.002 4	1.50
3	ARIMA	0.027 5	9.47×10 <sup>-4</sup>	1.14
	HP-ARIMA	0.016 8	3.87×10 <sup>-4</sup>	0.69
	HP-SETAR	0.014 9	3.57×10 <sup>-4</sup>	0.62
	HP-ARIMA-GARCH	0.017 5	4.04×10 <sup>-4</sup>	0.72
4	ARIMA	0.031 4	0.001 2	1.39
	HP-ARIMA	0.013 0	2.40×10 <sup>-4</sup>	0.57
	HP-SETAR	0.014 1	2.77×10 <sup>-4</sup>	0.62
	HP-ARIMA-GARCH	0.013 1	2.70×10 <sup>-4</sup>	0.58
5	ARIMA	0.013 2	2.76×10 <sup>-4</sup>	0.58
	HP-ARIMA	0.010 7	2.50×10 <sup>-4</sup>	0.47
	HP-SETAR	0.010 6	1.93×10 <sup>-4</sup>	0.40
	HP-ARIMA-GARCH	0.008 8	1.34×10 <sup>-4</sup>	0.39

通过对比横向和纵向预测结果的误差可知, 在使用相同建模方法的情况下, HP-ARIMA 模型较传统 ARIMA 模型预测准确度显著提升。其中, 5 号泵预测精度提升最小, 滤波后建立的 HP-ARIMA 组合模型平均相对误差降低 0.11 个百分点, 1 号泵在 851~900 h 时间段内预测精度提升最大, 平均相对误差减小 4.85 个百分点。因此, HP 滤波方法能有效提取泄漏量数据的长期变化趋势, 滤除噪声干扰, 降低时间序列模型的预测误差。

由于 3 号和 4 号泵短期数据波动较大, 结合 HP 滤波建立的组合模型预测结果相对接近, 其余时段内非线性模型的预测精度均优于线性模型, 其中本文提出的 HP-ARIMA-GARCH 模型预测精度最高, 较 ARIMA 模型的平均相对误差最高提升 5.42 个百分点。相较于 SETAR 模型采用分段线性拟合非线性序列的方式, ARIMA-GARCH 模型充分利用了残差中的有效信息, 使得预测精度进一步提升, 结果更加准确。

## 4 结 论

本文基于 HP 滤波和时间序列方法建立了 HP-ARIMA-GARCH 组合模型用于柱塞泵泄漏量预测, 针对所研究泄漏量数据分别进行横向和纵向比较以验证模型的准确性, 结论如下:

1) HP-ARIMA 模型的预测误差在所有时间段上较 ARIMA 模型平均相对误差减小, HP 滤波方法能够提升时间序列模型的预测精度, 可有效降低测量误差的干扰, 有助于分析柱塞泵性能退化过程。

2) 柱塞泵泄漏量组成的时间序列具有非平稳、非线性以及异方差特征, 数据采集过程中产生的误差近似为正态分布, 因此使用非线性模型的预测精度优于传统的线性模型。本文建立的 HP-ARIMA-GARCH 模型能够充分提取残差序列有效信息, 平均相对误差在 1.5% 以内, 且建模方式简便, 相较于其他时间序列模型更适用于柱塞泵泄漏量预测。

本文研究可为柱塞泵性能退化外特征参数的定量预测提供参考, 今后可基于时间序列模型进一步改进, 提升中长期预测效果。另外, 本文将 HP 滤波分解后的波动项数据看作误差未做考虑, 但从时间序列模型的建模过程分析, 其中也包含部分有效信息, 对波动项数据建立预测模型并与趋势项预测结果相结合预期可使泄漏量预测精度进一步提升。

## [参 考 文 献]

- [1] 马纪明, 黄怡鸿, 郭健, 等. 液压柱塞泵运动副磨损特性研究综述[J]. 液压与气动, 2017(8): 84-94.  
Ma Jiming, Huang Yihong, Guo Jian, et al. Review of wear analyses research for main moving pairs in hydraulic axial piston pump[J]. Chinese Hydraulics & Pneumatics, 2017(8): 84-94. (in Chinese with English abstract)
- [2] Schuhler G, Jourani A, Bouvier S, et al. Multi technical analysis of wear mechanisms in axial piston pumps[J]. Journal of Physics: Conference Series, 2017, 843(1): 012077.
- [3] Schuhler G, Jourani A, Bouvier S, et al. Efficacy of coatings and thermochemical treatments to improve wear resistance of axial piston pumps[J]. Tribology International, 2018, 126: 376-385.
- [4] 马纪明, 李齐林, 任春宇, 等. 轴向柱塞泵/滑靴副润滑磨损的影响因素分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(3): 405-410.  
Ma Jiming, Li Qilin, Ren Chunyu, et al. Influence factors analysis on wear of hydraulic axial piston pump/sliper pair[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(3): 405-410. (in Chinese with English abstract)
- [5] 胡纪滨, 邹云飞, 李小金, 等. 弹性变形对轴向柱塞泵配流副润滑特性的影响[J]. 农业工程学报, 2009, 25(12): 114-118.  
Hu Jibin, Zou Yunfei, Li Xiaojin, et al. Influence of elastic deformation on lubricating characteristics of port plate pair of axial piston pump[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering (Transactions of the CSAE), 2009, 25(12): 114-118. (in Chinese with English abstract)
- [6] 童宝宏, 杨文, 刘庆运, 等. 柱塞泵螺旋沟槽式柱塞-铜套副缝隙流动与均压特性[J]. 农业工程学报, 2018, 34(2): 55-63.  
Tong Baohong, Yang Wen, Liu Qingyun, et al. Flowing and pressure-balancing characteristics of clearance field in helical grooved piston-copper sleeve pair of piston pump[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering (Transactions of the CSAE), 2018, 34(2): 55-63. (in Chinese with English abstract)
- [7] Fei L, Zhang J, Sun G, et al. Research on wear prediction of piston/cylinder pair in axial piston pumps[J]. Wear, 2020, 456-457: 203338.
- [8] 杜巧连, 张克华. 基于自身振动信号的液压泵状态监测及故障诊断[J]. 农业工程学报, 2007, 23(4): 120-123.  
Du Qiaolian, Zhang Kehua. Condition monitoring and fault diagnosis of hydraulic pump based on inherent vibration signals[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering (Transactions of the CSAE), 2007,

- [23(4): 120-123. (in Chinese with English abstract)]
- [9] 王岩, 王晓晴, 郭生荣, 等. 航空柱塞泵缸体疲劳分析及寿命预测方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2019, 45(7): 1314-1321.  
Wang Yan, Wang Xiaoqing, Guo Shengrong, et al. Fatigue analysis and life prediction method for cylinder block of aviation piston pump[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2019, 45(7): 1314-1321.
- [10] Li T Y, Wang S P, Shi J, et al. An adaptive-order particle filter for remaining useful life prediction of aviation piston pumps[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2018, 31(5): 941-948.
- [11] 葛薇, 王少萍. 航空液压泵磨损状况预测[J]. 北京航空航天大学学报, 2011, 37(11): 1410-1414.  
Ge Wei, Wang Shaoping. Wear condition prediction of hydraulic pump[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2011, 37(11): 1410-1414. (in Chinese with English abstract)
- [12] 杜尊令, 张义民. 基于随机流量下柱塞泵的可靠性分析[J]. 吉林大学学报(工学版), 2021, 51(6): 1967-1974.  
Du Zunling, Zhang Yimin. Reliability analysis of piston pump under random flow rate[J]. Journal of Jilin University(Engineering and Technology Edition), 2021, 51(6): 1967-1974. (in Chinese with English abstract)
- [13] Wang X J, Lin S R, Wang S P, et al. Remaining useful life prediction based on the Wiener process for an aviation axial piston pump[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2016, 29(3): 779-788.
- [14] 南西康, 高文科, 陈旭峰, 等. 基于非线性 Wiener 过程的柱塞泵剩余使用寿命分析[J]. 液压与气动, 2020(11): 45-52.  
Nan Xikang, Gao Wenke, Chen Xufeng, et al. Remaining useful lifetime analysis of piston pump based on nonlinear wiener process[J]. Chinese Hydraulics & Pneumatics, 2020(11): 45-52. (in Chinese with English abstract)
- [15] Ma Z H, Wang S P, Liao H, et al. Engineering-driven performance degradation analysis of hydraulic piston pump based on the inverse Gaussian process[J]. Quality and Reliability Engineering International, 2019, 35(7): 2278-2296.
- [16] 李勃旭, 南西康, 郑向东, 等. 基于 EMD-ARIMA 模型的地铁门传动系统早期故障预测[J]. 计算机系统应用, 2019, 28(9): 110-117.  
Li Boxu, Nan Xikang, Zheng Xiangdong, et al. Early fault prediction of metro door transmission system based on EMD-ARIMA model[J]. Computer Systems & Applications, 2019, 28(9): 110-117. (in Chinese with English abstract)
- [17] 崔凡, 陈柏平, 吴志远, 等. 基于探地雷达功率谱和雷达波振幅包络估算砂壤含水率[J]. 农业工程学报, 2018, 34(7): 121-127.  
Cui Fan, Chen Baiping, Wu Zhiyuan, et al. Soil moisture estimation based on GPR power spectrum and envelope amplitude in sand loam[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering (Transactions of the CSAE), 2018, 34(7): 121-127. (in Chinese with English abstract)
- [18] 赵润茂, 胡炼, 罗锡文, 等. 基于时序的水田平地机俯仰角预测建模与试验[J]. 农业工程学报, 2018, 34(11): 34-39.  
Zhao Runmao, Hu Lian, Luo Xiwen, et al. Modelling and verification for pitch angle of leveler machine in paddy fields based on time series analysis[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering (Transactions of the CSAE), 2018, 34(11): 34-39. (in Chinese with English abstract)
- [19] 何庆飞, 陈桂明, 陈小虎, 等. 基于改进灰色神经网络的液压泵寿命预测[J]. 中国机械工程, 2013, 24(4): 500-506.  
He Qingfei, Chen Guiming, Chen Xiaohu, et al. Life prediction of hydraulic pump based on an improved grey neural network[J]. China Mechanical Engineering, 2013, 24(4): 500-506. (in Chinese with English abstract)
- [20] Lu C Q, Wang S P. Performance degradation prediction based on a gaussian mixture model and optimized support vector regression for an aviation piston pump[J]. Sensors, 2020, 20(14): 3854.
- [21] Wang S P, Xiang J, Zhong Y, et al. A data indicator-based deep belief networks to detect multiple faults in axial piston pumps-ScienceDirect[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2018, 112: 154-170.
- [22] 赫晓慧, 罗浩田, 乔梦佳, 等. 基于 CNN-RNN 网络的中国冬小麦估产[J]. 农业工程学报, 2021, 37(17): 124-132.  
He Xiaohui, Luo Haotian, Qiao Mengjia, et al. Yield estimation of winter wheat in China based on CNN-RNN network[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering (Transactions of the CSAE), 2021, 37(17): 124-132. (in Chinese with English abstract)
- [23] 贺登辉, 李芮林, 孙帅辉, 等. 基于机器学习的离心泵气液两相压升预测[J]. 农业工程学报, 2022, 38(4): 33-41.  
He Denghui, Li Ruilin, Sun Shuaihui, et al. Prediction of gas-liquid two-phase pressure increment of a centrifugal pump based on machine learning[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering (Transactions of the CSAE), 2022, 38(4): 33-41. (in Chinese with English abstract)
- [24] 佟长福, 史海滨, 包小庆, 等. 基于小波分析理论组合模型的农业需水量预测[J]. 农业工程学报, 2011, 27(5): 93-98.  
Tong Changfu, Shi Haibin, Bao Xiaoqing, et al. Application of a combined model based on wavelet analysis for predicting crop water requirement[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering (Transactions of the CSAE), 2011, 27(5): 93-98. (in Chinese with English abstract)
- [25] 曾庆化, 黄磊, 刘建业, 等. 基于 ARMA 模型的光纤陀螺随机噪声滤波方法[J]. 中国惯性技术学报, 2015, 23(1): 120-124.  
Zeng Qinghua, Huang Lei, Liu Jianye, et al. Real-time filtering methods of FOG random noise based on ARMA model[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2015, 23(1): 120-124. (in Chinese with English abstract)
- [26] Weron R, Zator M. A note on using the Hodrick-Prescott filter in electricity markets[J]. HSC Research Reports, 2015, 48: 1-6.
- [27] 李志强, 张香燕, 田华东. 应用 HP 滤波的卫星遥测数据

- 预测方法[J]. 航天器工程, 2021, 30(4): 23-30.
- Li Zhiqing, Zhang Xiangyan, Tian Huadong. Prediction method of satellite telemetry data using HP filter[J]. Spacecraft Engineering, 2021, 30(4): 23-30. (in Chinese with English abstract)
- [28] 戴洪德, 李娟, 景博, 等. 基于 HP 滤波与非线性维纳过程的退化建模与失效分布研究[J]. 仪器仪表学报, 2018, 39(8): 63-71.
- Dai Hongde, Li Juan, Jing Bo, et al. Study on degradation modeling and failure distribution based on HP filtering and nonlinear wiener process[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2018, 39(8): 63-71. (in Chinese with English abstract)
- [29] 丁藤, 冯冬涵, 林晓凡, 等. 基于修正后 ARIMA-GARCH 模型的超短期风速预测[J]. 电网技术, 2017, 41(6): 1808-1841.
- Ding Teng, Feng Donghan, Lin Xiaofan, et al. Ultra-short-term wind speed forecasting based on improved ARIMA-GARCH model[J]. Power System Technology, 2017, 41(6): 1808-1841. (in Chinese with English abstract)
- [30] Choudhary M A, Hanif M N, et al. On smoothing macroeconomic time series using the modified HP filter[J]. Applied Economics, 2014, 46(19): 2205-2214.

## Predicting leakage in a piston pump using HP filter and ARIMA-GARCH model

Chen Le<sup>1</sup>, Gao Wenke<sup>1\*</sup>, Ji Hong<sup>1</sup>, Zhang Lei<sup>2</sup>

(1. School of Energy and Power Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China; 2. School of Mechanical and Electrical Engineering, Xuzhou University of Technology, Xuzhou 221018, China)

**Abstract:** A piston pump has been widely used in large agricultural equipment, and walking machinery. However, the leakage can often be induced by the performance degradation with the increase of cumulative running time, even threat to the volumetric efficiency and operation safety of the equipment. It is a high demand for the accurate and rapid prediction of the performance degradation state in the piston pump for better working reliability. In this study, the leakage was selected as the characteristic indicator to quantitatively analyze the performance degradation of the piston pump. A Hodrick-Proscott (HP) filtering was first utilized to divide the leakage volume of the piston pump into the long-term trend data and short-term fluctuation data in the modeling. A correlation function graph of long-term trend term data was drawn to observe the effective lag order, and then the Akaike information criterion (AIC) criterion was used to select the optimal order. The autoregressive integrated moving average model (ARIMA(16, 3, 0)) was established to verify the data characteristics of the residual sequence using the statistical analysis. After that, a generalized autoregressive conditional heteroscedasticity (GARCH (1,1)) model was established to combine with the data characteristics of nonlinear and heteroscedasticity of long-term trend data. As such, an HP-ARIMA-GARCH model was established for the trend item data to predict the leakage of the piston pump. The residual sequence was approximately normal distribution after testing, fully meeting the requirements of the model. The leakage prediction was performed on the same pump in different time periods and different pumps in the same time period. The accuracy of the proposed model was then determined to compare with the linear ARIMA model and the nonlinear self-excitable threshold autoregression (SETAR) model. The mean absolute error (MAE), mean square error (MSE), and the mean relative error (MRE) of the HP-ARIMA model were significantly reduced in all prediction periods, compared with the traditional ARIMA model, where the maximum average relative error was 2.42%. Therefore, it infers that the HP filtering can be widely expected to effectively extract the long-term trend of leakage data, and then filter out the noise interference for the lower prediction error of the time series model. Furthermore, there was a relatively smaller error in the nonlinear time series model for the higher prediction accuracy, compared with the traditional linear model. Nevertheless, there was a varying prediction of the improved model in the prediction accuracy. The reason was the inconsistent leakage of the piston pumps during the different periods and the rapid fluctuation in the short time during operation. More importantly, the error of unfiltered data was less than that of the filtered, indicating that the nonlinear model performed better than the linear one. The highest prediction accuracy was achieved in the HP-ARIMA-GARCH model, where the average relative error was within 1.5%. Therefore, the improved time series model was more accurate than before, particularly suitable for the leakage prediction of the piston pump. Above all, the finding can provide a theoretical reference to quantitatively predict the performance degradation of piston pump, especially for the decision-making on the equipment reliability and operational safety. The long-term prediction accuracy can be further improved in the time series model in the future. Besides, the fluctuation data by the HP filter can also be expected for the higher prediction accuracy of leakage, considering the valuable information of the time series model, rather than the errors during modeling.

**Keywords:** piston pump; models; leakage prediction; HP filter; ARIMA-GARCH; performance degradation