

# Vine Copula 与贝叶斯模型平均结合的月径流预测及应用

吴海江<sup>1,2</sup>, 栗晓玲<sup>1,2\*</sup>, 祁继霞<sup>2</sup>, 张 特<sup>2</sup>, 朱兴宇<sup>2</sup>, 武连洲<sup>2</sup>

(1. 西北农林科技大学旱区农业水土工程教育部重点实验室, 杨凌 712100; 2. 西北农林科技大学水利与建筑工程学院, 杨凌 712100)

**摘 要:** 准确可靠且预见期较长的月径流预测对水资源配置、防汛抗旱以及生态环境保护等具有重要意义。径流变化与降水、气温、潜在蒸散发以及前期径流等存在密切联系。鉴于 Vine Copula 可以灵活地将多个随机变量的边缘分布函数通过 Copula 对的形式联结起来构造多维联合分布函数以及贝叶斯模型平均 (Bayesian Model Averaging, BMA) 在处理多模型集合预报方面的优势, 该研究基于 BMA 集合多个 Vine Copula 模型提出了一种 BVC 径流预测模型 (简称 BVC 模型), 应用于黄河流域上游 4 个水文站 (唐乃亥站、民和站、红旗站和折桥站) 的月径流预测, 采用确定性系数 ( $R^2$ )、纳什效率系数 (Nash-Sutcliffe Efficiency coefficient, NSE) 和均方根误差 (Root Mean Squared Error, RMSE) 评价模型的预测性能。结果表明, 验证期内预见期为 1~3 个月时, BVC 模型在各水文站的  $R^2$  均大于等于 0.83、NSE 均大于等于 0.78 且 RMSE 均维持在较低水平; 与随机森林 (Random Forest, RF) 模型和长短期记忆神经网络 (Long Short-Term Memory Neural Network, LSTM) 模型相比, BVC 模型能够很好地预测各水文站月径流的变化过程, 特别是月径流极值的变化。研究表明 BVC 模型在预见期为 1~3 个月时的月径流预测性能明显优于 RF 模型和 LSTM 模型。该研究构建的 BVC 模型为流域的水资源管理和风险评估等提供参考。

**关键词:** 水资源; 机器学习; 径流; 预测; 贝叶斯模型平均; Vine Copula; 黄河流域

doi: 10.11975/j.issn.1002-6819.2022.24.008

中图分类号: TV11; P338

文献标志码: A

文章编号: 1002-6819(2022)-24-0073-10

吴海江, 栗晓玲, 祁继霞, 等. Vine Copula 与贝叶斯模型平均结合的月径流预测及应用[J]. 农业工程学报, 2022, 38(24): 73-82. doi: 10.11975/j.issn.1002-6819.2022.24.008 <http://www.tcsae.org>

Wu Haijiang, Su Xiaoling, Qi Jixia, et al. Prediction and application of monthly streamflow based on Vine Copula coupled Bayesian model averaging[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering (Transactions of the CSAE), 2022, 38(24): 73-82. (in Chinese with English abstract) doi: 10.11975/j.issn.1002-6819.2022.24.008 <http://www.tcsae.org>

## 0 引 言

河川径流的变化直接关系到水资源安全、防汛抗旱、农业生产活动以及生态环境健康等<sup>[1-2]</sup>。近年来, 受全球气候变暖和人类活动的影响, 与径流有关的极端事件的频率和强度呈增加趋势<sup>[3-6]</sup>, 如由径流减少诱发的干旱事件以及径流快速增加引发的洪水事件等<sup>[7-9]</sup>。这些极端事件对工农业生产、人民生命财产和物种多样性等造成了灾难性的影响。因此, 可靠的径流预测对于规避这些潜在风险具有重要意义, 而预见期越长, 越有利于尽早采取措施缓解和规避相关潜在风险。

径流预测模型大致分为基于物理机制的预测模型和基于统计关系的预测模型。基于物理机制的预测模型成因机制较强, 但其结构较为复杂、需要输入的实测水文气象变量较多、模型构建过程中需对参数和输出结果进行多次率定和误差订正<sup>[4-5,10-12]</sup>, 普遍存在模型参数难以确定及模型通用性较差等缺陷。在水文实践中, 由于高

寒地区准确可靠的水文气象实测资料难以获取, 极大地限制了基于物理机制的预测模型的推广和准确预测<sup>[13]</sup>。基于统计关系的预测模型可以根据历史水文气象变量之间的统计关系实现预测, 能够较好地揭示各要素之间的联系且需要输入的水文气象变量较少<sup>[14]</sup>。常用的统计预测模型主要有时间序列统计模型、机器学习模型和多元线性回归模型等<sup>[15-17]</sup>。其中, 时间序列统计模型如自回归滑动平均模型 (Autoregressive Moving Average, ARMA) 和自回归差分滑动平均模型 (Autoregressive Integrated Moving Average, ARIMA 模型) 只能捕捉自身变量间的线性关系, 不能较好地反映变量间的非线性特征, 预测效果普遍较差; 机器学习模型包括支持向量机 (Support Vector Machine, SVM)<sup>[16]</sup>、长短期记忆神经网络 (Long Short-Term Memory Neural Network, LSTM)<sup>[18]</sup>、自适应模糊推理系统 (Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System, ANFIS)<sup>[13,19]</sup>及随机森林 (Random Forest, RF)<sup>[15,17,20]</sup>等, 多为灰箱或黑箱模型, 容易出现过拟合问题且多不能给出明确的解析表达式; 多元线性回归模型基于解释变量与预测变量之间的线性关系来构建预测模型<sup>[16,21]</sup>, 不能很好地反映变量之间存在的复杂非线性关系。径流作为水文循环的重要组成部分之一, 受降水、气温、潜在蒸散发以及前期来水状况等多种因素影响<sup>[16]</sup>。现有的模型在进行径流预测时, 考虑的影响因素不够全面<sup>[21-22]</sup>,

收稿日期: 2022-07-14 修订日期: 2022-10-10

基金项目: 国家自然科学基金项目 (51879222, 52079111)

作者简介: 吴海江, 博士生, 研究方向为干旱预测及高温干旱复合事件风险评估。Email: haijiangwu@nwfau.edu.cn

\*通信作者: 栗晓玲, 教授, 研究方向为水文模拟。

Email: xiaolingsu@nwfau.edu.cn

从而导致模型的预测精度在预见期较长时表现较差,不能满足水文预报、水资源管理以及政策制定的需求。

Copula 函数可以有效处理多变量问题,被广泛用于水-能源-粮食共生安全风险概率评估<sup>[23]</sup>和水资源优化配置<sup>[24-25]</sup>。Copula 函数的提出和应用可以较好地解决上述统计预测模型存在的缺陷。其中,Vine Copula 函数具有明确的解析表达式,可以将多个随机变量的边缘分布函数通过 Copula 对的形式联结起来构造多维联合分布函数,能够刻画不同变量之间存在的正负依赖性以及尾部相依性,在干旱风险评估、干旱预测和洪水风险分析等研究中得到广泛应用<sup>[8,11,26-28]</sup>。在高维情形下,由于 Vine Copula 函数的形式与变量的顺序密切相关,即不同的变量顺序(或分解形式)对应的树型结构有差异,可能影响预测的可靠性<sup>[13]</sup>。贝叶斯模型平均(Bayesian Model Averaging, BMA)作为一种集合预报模型,通过对不同的模型(集合成员)分配不同的权重,可有效综合不同集合成员的优势,从而提高预测性能<sup>[29-32]</sup>。因此,将 BMA 与 Vine Copula 函数结合起来有望提高径流的预测精度,并拓宽径流预测的理论框架。基于此,本文基于 BMA 结合 Vine Copula 函数提出了 BVC 径流预测模型(简称 BVC 模型),并将其应用于黄河流域上游唐乃亥、民和、红旗和折桥 4 个水文站的月径流预测,以期为本流域的防汛抗旱以及水资源配置等提供参考。

## 1 数据资料及方法

### 1.1 数据来源

黄河流域上游 4 个水文站 1963—2016 年的月径流资料来源于黄河流域水文年鉴。同时段逐月的降水、最高气温、最低气温、日照时数、2 m 风速等气象数据资料来自中国科学院气候变化研究中心提供的 CN05.1 数据集<sup>[33-34]</sup>(http://ccrc.iap.ac.cn/resource/detail?id=228),其空间分辨率为  $0.25^\circ \times 0.25^\circ$ 。此外,使用 CN05.1 气象数据资料基于 Penman-Monteith 公式<sup>[35]</sup>计算月潜在蒸散发。根据各水文站集水控制面积(图 1)范围内逐月的降水、气温和潜在蒸散发的格网均值得到各水文站逐月的降水、气温和潜在蒸散发序列。

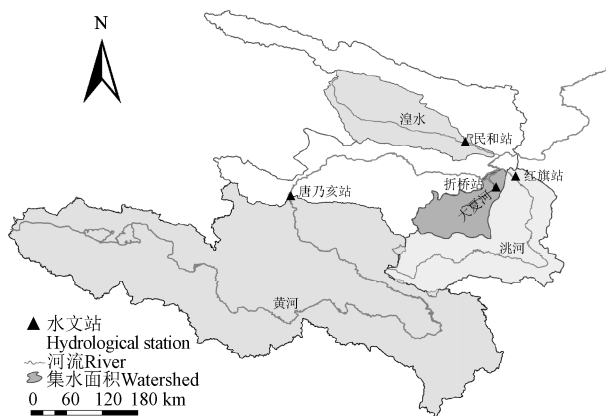


图 1 黄河流域上游 4 个水文站的位置及其相应的集水面积  
Fig.1 Map of locations of four hydrological stations and the corresponding watershed of the upstream of Yellow River basin

### 1.2 研究方法

从水文循环的角度分析,径流变化主要受降水、气温、潜在蒸散发以及前期来水状况的影响。因此,后期的径流变化与前期的降水、气温、潜在蒸散发和径流存在一定的成因联系。设前期的降水( $P_{t-l}$ ;  $l$ 为时滞)、气温( $T_{t-l}$ )、潜在蒸散发( $E_{t-l}$ )和径流( $Q_{t-l}$ )等解释变量分别为  $x_1$ 、 $x_2$ 、 $x_3$  和  $x_4$ ,目标月份的径流(即预测变量  $Q_t$ )为  $x_5$ 。根据卡方检验最小原则<sup>[13,36]</sup>,基于极大似然估计方法分别为变量  $x_1 \sim x_5$  选择最优的边缘分布函数(正态分布、伽马分布、韦伯分布或对数正态分布)。根据 Skalar 准则<sup>[37]</sup>,五维连续随机变量  $\mathbf{x}=[x_1, \dots, x_5]$  的分布函数  $F(x_1, \dots, x_5)$  可以表示为

$$F(x_1, \dots, x_5) = C\{F_1(x_1), \dots, F_5(x_5)\} = C(u_1, \dots, u_5) \quad (1)$$

式中  $C$  表示五维 Copula 函数;  $u_k = F_k(x_k)$  为变量  $x_k$  ( $k=1 \sim 5$ ) 的累积概率。

Vine Copula 函数包含 2 种子类型: C-vine Copula 函数和 D-vine Copula 函数<sup>[38]</sup>。与 D-vine Copula 函数相比, C-vine Copula 函数联合变量时可以共用一个节点且树型结构相对简单,因此,本文选用 C-vine Copula 函数来联合变量  $x_1 \sim x_5$ ,则  $F(x_1, \dots, x_5)$  的概率密度函数  $f(x_1, \dots, x_5)$  可表示为<sup>[8]</sup>

$$\begin{aligned} f(x_1, \dots, x_5) &= f(x_5) \cdot f(x_4 | x_5) \cdot f(x_3 | x_4, x_5) \cdot \dots \cdot f(x_1 | x_2, \dots, x_5) \\ &= \prod_{k=1}^5 f_k(x_k) \times \\ &\quad \prod_{i=1}^4 \prod_{j=1}^{5-i} c_{i,i+j|1:(i-1)} \{F(x_i | x_1, \dots, x_{i-1}), F(x_{i+j} | x_1, \dots, x_{i-1})\} \end{aligned} \quad (2)$$

式中  $f_k$  和  $c_{ijk}$  分别表示变量  $x_k$  和双变量 Copula 函数的概率密度函数;  $i$  和  $j$  分别表示树型和边(图 2); 拟选用的双变量 Copula 函数有 Elliptical 族 Copula、Archimedean 族 Copula 以及 Tawn 型 Copula 等(共计 39 种 Copula 函数<sup>[39]</sup>)。对于式(2)中的每个条件概率密度函数  $f(x|\mathbf{u})$  可以写成<sup>[40]</sup>

$$f(x|\mathbf{u}) = c_{x,u_k|\mathbf{u}_{-k}} \{F(x|\mathbf{u}_{-k}), F(u_k|\mathbf{u}_{-k})\} \cdot f(x|\mathbf{u}_{-k}) \quad (3)$$

式中  $\mathbf{u}_{-k}$  表示从向量  $\mathbf{u}$  中去除第  $k$  个变量后的向量。引入  $h$  函数,  $F(x|\mathbf{u})$  的表达式为<sup>[18,27,38]</sup>

$$h(x, \mathbf{u}; \theta) := F(x|\mathbf{u}) = \frac{\partial C_{x,u_k|\mathbf{u}_{-k}} \{F(x|\mathbf{u}_{-k}), F(u_k|\mathbf{u}_{-k}); \theta\}}{\partial F(u_k|\mathbf{u}_{-k})} \quad (4)$$

式中  $\theta$  表示双变量 Copula 函数  $C_{x,u_k|\mathbf{u}_{-k}}$  的参数。基于 AIC 信息准则(Akaike Information Criterion)为  $C_{x,u_k|\mathbf{u}_{-k}}$  选择最优的双变量 Copula 函数并得到相应的参数  $\theta$ 。

C-vine Copula (VC) 模型结构与变量顺序(或分解形式)密切相关<sup>[13,38]</sup>。例如,当固定预测变量后,对于一个  $n$  维变量,与 VC 模型有关的变量顺序共有  $(n-1)!$  种<sup>[9]</sup>。在 VC 模型中与每个特定的变量顺序有关的树型有  $n-1$  个(图 2)。以变量顺序  $x_1$ 、 $x_2$ 、 $x_3$ 、 $x_4$  和  $x_5$  为例,简记为“12345”(图

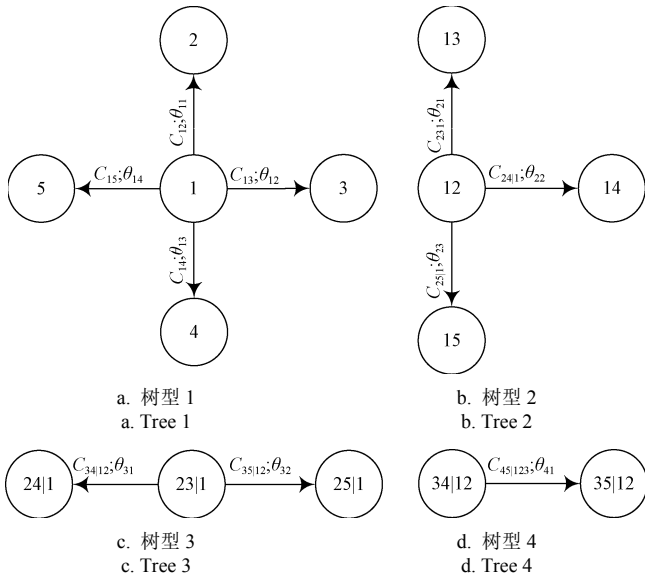
2), 则根据式 (4) 可以推导出在给定  $x_1, x_2, x_3$  和  $x_4$  的条件下  $x_5$  的条件分布函数  $F(x_5|x_1, x_2, x_3, x_4)$  满足

$$\begin{aligned} F(x_5|x_1, x_2, x_3, x_4) &= h(F(x_5|x_1, x_2, x_3)|F(x_4|x_1, x_2, x_3); \theta_{41}) \\ F(x_5|x_1, x_2, x_3) &= h\left\{h\left[h(u_5|u_1; \theta_{14})|h(u_2|u_1; \theta_{11}); \theta_{23}\right]|h\left[h(u_3|u_1; \theta_{12})|h(u_2|u_1; \theta_{11}); \theta_{21}\right]; \theta_{32}\right\} \\ F(x_4|x_1, x_2, x_3) &= h\left\{h\left[h(u_4|u_1; \theta_{13})|h(u_2|u_1; \theta_{11}); \theta_{22}\right]|h\left[h(u_3|u_1; \theta_{12})|h(u_2|u_1; \theta_{11}); \theta_{21}\right]; \theta_{31}\right\} \end{aligned} \quad (5)$$

式中  $\theta_{ij}$  为第  $i$  个树型第  $j$  条边对应的 Copula 对参数;  $h$  为  $h$  函数 (图 2)。利用  $\tau$  分位数曲线<sup>[41]</sup> ( $\tau \in [0, 1]$ ) 通过递归调用对式 (5) 关于  $x_5$  求逆<sup>[8,13]</sup>后得到

$$\begin{aligned} x_5 &= G^{-1}(u_5) \\ &= G^{-1}(h^{-1}\{h^{-1}\{h^{-1}[h^{-1}(\tau|F(x_4|x_1, x_2, x_3); \theta_{41})| \\ &\quad h(h(u_3|u_1; \theta_{12})|h(u_2|u_1; \theta_{11}); \theta_{21}); \theta_{32}) \\ &\quad |h(u_2|u_1; \theta_{11}); \theta_{23}]|u_1; \theta_{14}\}\}) \end{aligned} \quad (6)$$

式中  $h^{-1}$  和  $G^{-1}$  分别表示  $h$  函数和变量  $x_5$  服从某一分布 (正态分布、伽马分布、韦伯分布或对数正态分布) 的逆函数。



注: 变量  $x_1 \sim x_5$  顺序记为 “12345”, 带箭头的线表示边。模型包含 4 棵树和 10 条边。  $C_{15}$  表示  $C(u_1, u_5)$ ;  $C_{24|1}$  表示  $C(u_4|u_1, u_2|u_1)$ ;  $\theta_{ij}$  为第  $i$  个树型第  $j$  条边对应的 Copula 对参数。

Note: Supposing the variable ordering is  $x_1, x_2, x_3, x_4$ , and  $x_5$  (simply denoted as “12345”). Arrow with solid line denote edge. The model contains 4 trees and 10 edges. Here,  $C_{15}$  indicates the copula probability of  $C(u_1, u_5)$ ;  $C_{24|1}$  is interpreted as the bivariate copula probability of  $C(u_4|u_1, u_2|u_1)$ .  $\theta_{ij}$  denotes the  $j$ -edge of the  $i$ -tree corresponding parameters of the bivariate copula.

图 2 五维的 C-vine Copula 模型的图解示意图

Fig.2 Graphical diagram of a five-dimensional C-vine Copula (VC) model

类似地, 根据以上步骤可以推导出五维的 VC 模型中其他 23 种变量顺序对应的函数表达式 (共  $(5-1)!$  即 24 种 VC 模型)。以预见期为 1 个月时 2006 年 8 月的径流预测为例 (假设已知 1963 年 1 月—2006 年 7 月的降水、气温、潜在蒸散发和径流信息), 首先借助于蒙特卡洛模拟在区间  $[0, 1]$  上产生 500 个均匀分布的随机数  $\tau$ , 然后由式 (6) (或其他 23 种变量顺序下对应的 VC 模型) 得到 500 个径流预测值并取其均值, 以此作为 2006 年 8 月径流预测值。注意, 不同变量顺序下的 VC 模型得到的径流预测值可能不同。

由于不同的变量顺序对应的 VC 模型做出的预测结果可能有差异, 因此, 基于某些统计指标 (如 AIC) 仅选择最优的 VC 模型可能会导致模型的预测结果与实际情况存在较大偏差<sup>[13]</sup>。BMA 作为一种被广泛使用的多模型集合预报方法, 可以有效地耦合多个模型的预测结果, 从而降低单一模型预测的不确定性<sup>[13,30-31]</sup>。设五维情形下 Vine Copula 函数包含的 24 种预测模型分别用  $VC_1 \sim VC_{24}$  表示, 即  $VC = [VC_1, \dots, VC_{24}]$ , 给定训练集  $D$ , 则基于 BMA 结合 Vine Copula 函数 (即 BVC 模型) 关于预测变量  $x_5$  的表达式为

$$p(x_5|VC_1, \dots, VC_{24}, D) = \sum_{m=1}^{24} p(VC_m|D) \cdot p_m(x_5|VC_m, D) \quad (7)$$

式中  $p(VC_m|D)$  表示候选预测模型  $VC_m$  的后验概率, 可视为其在训练集  $D$  上的统计权重且满足  $\sum_{m=1}^{24} p(VC_m|D) = 1$ 。

$p_m(x_5|VC_m, D)$  表示在给定候选模型  $VC_m$  和训练集  $D$  的条件下预测值  $x_5$  的后验分布。本文采用期望最大化算法求解 BVC 模型的权重<sup>[13,42]</sup>。VC 模型和 BMA 具体的公式推导详见文献<sup>[13,27,30,42]</sup>。以上计算方法主要借助于 R 语言 CDVineCopulaConditional 包<sup>[39]</sup>和 ensembleBMA 包<sup>[43]</sup>完成。

### 1.3 模型性能评价指标

各水文站点的率定期和验证期分别为 1963—2006 年和 2007—2016 年, 即留 20% 的数据来验证模型的预测效果和有效性。采用确定性系数 ( $R^2$ )、纳什效率系数 (Nash-Sutcliffe Efficiency coefficient, NSE) 和均方根误差 (Root Mean Squared Error, RMSE) 评价模型在率定期和验证期的预测性能, 其表达式分别为

$$R^2 = \frac{\left[ \sum_{w=1}^s (SO_w - \overline{SO})(SP_w - \overline{SP}) \right]^2}{\sum_{w=1}^s (SO_w - \overline{SO})^2 \cdot \sum_{w=1}^s (SP_w - \overline{SP})^2} \quad R^2 \in [0, 1] \quad (8)$$

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{w=1}^s (SP_w - SO_w)^2}{\sum_{w=1}^s (SO_w - \overline{SO})^2} \quad NSE \in (-\infty, 1] \quad (9)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{s} \sum_{w=1}^s (SP_w - SO_w)^2} \quad RMSE \in [0, +\infty) \quad (10)$$

式中  $s$  表示样本点序列长度;  $SP_w$  表示第  $w$  个径流的预测值, 与其相对应的观测值表示为  $SO_w$ ;  $\overline{SO}$  和  $\overline{SP}$  分别表示径流观测值和预测值的均值。其中,  $R^2$  和 NSE 越接近于 1 以及 RMSE 越接近于 0 表示模型的预测性能越好。

## 2 结果与分析

### 2.1 水文气象因子与径流之间的相关性分析

分析前期的降水、气温、潜在蒸散发和径流与后期径流之间相关性的强弱可以表征前期的气象水文因子对后期径流变化的影响程度。如表 1 所示, 各水文站的预测因子与预测变量之间呈正相关, 且相关性随着时滞的增加逐渐降低。除唐乃亥站、民和站和红旗站的前期径流与当前时段的径流在 3 个月时滞下的相关性(径流自相关性)没有通过显著性检验外( $P > 0.05$ ), 其余站点的预测因子与预测变量之间在 1~3 个月时滞下均表现为显著正相关( $P < 0.05$ )。这表明前期的降水、气温、潜在蒸散发和径流均显著影响后期的径流变化, 即这些水文气象变量之间存在密切的成因联系, 选取的这些预测因子可以为后期的径流预测提供有效的信息。

由于本文选取的 4 个水文站点的集水控制面积位于黄河流域上游(图 1), 属于高海拔低温地区, 其径流变化过程对气候非常敏感。在该区域, 气温除了影响潜在蒸散发外, 还可能影响冻土的消融, 进而影响径流的变化过程(注意, 本文是按整个时间序列来计算潜在蒸散发(气温)与径流之间的相关性)。依据潜在蒸散发(气温)和径流的年内变化规律(即春夏秋冬两季的潜在蒸散发(气温)和径流相对较小, 而夏秋两季则相反), 径流量较大的月份, 其潜在蒸散发量也较大(气温也较高)。因此, 径流与潜在蒸散发(气温)之间呈显著正相关<sup>[16]</sup>。对于某一特定的月份, 径流与潜在蒸散发(气温)多呈负相关<sup>[26]</sup>。

表 1 黄河流域上游 4 个水文站 1~3 个月时滞下预测变量与预测因子之间的相关性

站点 Stations	时滞 Lag time/月	前期降水 Previous precipitation	前期气温 Previous temperature	前期蒸散发 Previous evapotranspiration	前期径流 Previous streamflow
唐乃亥 Tangnaihai	1	0.84*	0.74*	0.65*	0.70*
	2	0.61*	0.63*	0.68*	0.38*
	3	0.28*	0.36*	0.47*	0.07
民和 Minhe	1	0.75*	0.62*	0.51*	0.68*
	2	0.65*	0.61*	0.63*	0.35*
	3	0.38*	0.45*	0.55*	0.04
红旗 Hongqi	1	0.76*	0.60*	0.53*	0.69*
	2	0.59*	0.54*	0.58*	0.38*
	3	0.30*	0.34*	0.45*	0.09
折桥 Zheqiao	1	0.73*	0.54*	0.45*	0.71*
	2	0.60*	0.52*	0.54*	0.41*
	3	0.35*	0.36*	0.45*	0.13*

注: \*表示在 0.05 水平显著。

Note: \* denotes significance at 0.05 level.

### 2.2 率定期 BVC 模型径流预测性能评价

根据卡方检验最小原则<sup>[13,36]</sup>, 黄河流域上游 4 个水文站的降水、气温、潜在蒸散发、径流分别服从伽马分布、正态分布、韦伯分布、对数正态分布。在率定期内, BVC 模型在各水文站 1~3 个月预见期下的径流预测值与其对应的观测值吻合较好(图 3), 且较好地捕捉到了各站的

径流极值, 表明 BVC 模型能够有效地集合不同 VC 模型的优点, 并利用前期的降水、气温、潜在蒸散发及径流所包含的预测信息提高模型的月径流预测能力。如表 2 所示, BVC 模型在各水文站 1~3 个月预见期下的性能评价指标 NSE 和  $R^2$  均在 0.73 及以上且 RMSE 均较低, 表明 BVC 模型在 1~3 个月预见期下能够作出可靠的月径流预测。鉴于随机森林(Random Forest, RF)模型在径流预测方面的优势<sup>[15,17]</sup>, 本文选用 RF 模型作为参考模型以进一步评价 BVC 模型的径流预测性能。RF 模型中的解释变量和预测变量与 BVC 模型保持一致。如图 3 所示, RF 模型在 1~3 个月预见期下也较好地预测了各站点的径流变化过程, 但对径流峰值的预测效果较差, 存在明显低估现象。由于汛期洪水造成的灾难性影响较大, 而 BVC 模型相较于 RF 模型对某些汛期径流存在一定的高估现象(但所占比例很小), BVC 模型在汛期偏安全的预测结果有利于规避汛期洪水风险和有效管理水资源。此外, RF 模型对枯水期径流的预测能力也较差(图 3b 和图 3d)。从各水文站的性能评价指标来看, BVC 模型在 1~3 个月预见期下的  $R^2$  和 NSE 均大于 RF 模型而 RMSE 均小于 RF 模型, 表明 BVC 模型在率定期的径流预测效果明显优于 RF 模型(表 2)。以唐乃亥站为例(表 2), 1~3 个月预见期下 BVC 模型的  $R^2$  分别为 0.92、0.95、0.88, NSE 分别为 0.91、0.94、0.87, 而 RF 模型的  $R^2$  分别为 0.73、0.57、0.44, NSE 分别为 0.73、0.57、0.44。可见 BVC 模型随着预见期的延长仍能保持良好的预测性能, 而 RF 模型的预测性能则随着预见期的延长衰减较快。

表 2 BVC 模型与 RF 模型在率定期的径流预测性能评价  
Table 2 Performance assessment between BVC and RF models for streamflow predictions during the calibration period

站点 Station	预见期 Lead/月	BVC 模型			RF 模型		
		$R^2$	NSE	RMSE/( $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ )	$R^2$	NSE	RMSE/( $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ )
唐乃亥 Tangnaihai	1	0.92	0.91	154.99	0.73	0.73	272.51
	2	0.95	0.94	128.07	0.57	0.57	346.60
	3	0.88	0.87	192.26	0.44	0.44	395.72
民和 Minhe	1	0.73	0.68	20.76	0.62	0.62	22.53
	2	0.88	0.84	14.49	0.46	0.46	27.05
	3	0.89	0.86	13.85	0.37	0.37	29.28
红旗 Hongqi	1	0.92	0.92	34.40	0.64	0.64	73.25
	2	0.91	0.91	36.70	0.45	0.45	90.75
	3	0.89	0.88	42.38	0.29	0.29	103.38
折桥 Zheqiao	1	0.86	0.80	11.65	0.63	0.63	16.04
	2	0.84	0.78	12.45	0.41	0.41	20.25
	3	0.88	0.86	9.89	0.28	0.28	22.29

为定量比较评价 BVC 模型和 RF 模型在枯水期和汛期对各水文站月径流的预测能力, 本文基于连续 3 个月累积径流量最大(最小)得到各水文站汛期(枯水期)对应的时段。其中, 唐乃亥站和红旗站的汛期为 7—9 月, 民和站和折桥站的汛期为 8—10 月, 而各水文站的枯水期均为 1—3 月。由表 3 可知, 在率定期内 1~3 个月预见期下, BVC 模型在各水文站枯水期和汛期的月径流预测能力均明显优于 RF 模型, 如 BVC 模型在枯水期和汛期的  $R^2$  均大于等于 0.57、NSE 多大于等于 0.61 且 RMSE 均维持在较低水平, 且在 3 个月预见期下仍能保持良好的预测性能。

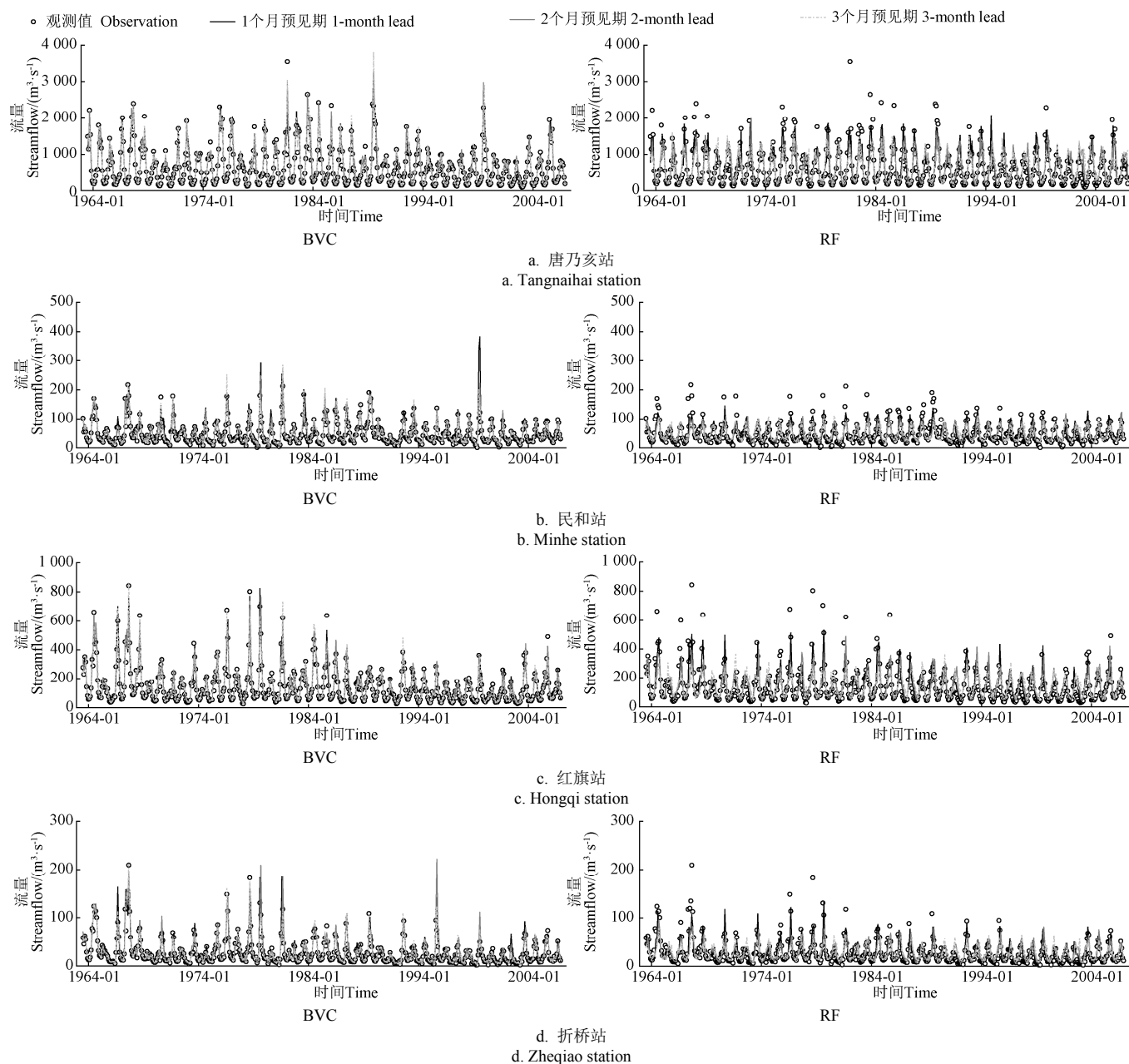


图 3 贝叶斯模型平均集合 Vine Copula 模型和随机森林模型在率定期 (1963—2006 年) 1~3 个月预见期下的径流预测结果对比  
Fig.3 Comparisons between Bayesian model averaging ensemble Vine Copula (BVC) model and Random Forest (RF) model for streamflow predictions in the 1-3-month lead times during the calibration period (1963-2006)

### 2.3 验证期 BVC 模型径流预测性能评价

为进一步说明 BVC 模型优越的径流预测性能, 选择长短期记忆神经网络 (Long Short-Term Memory Neural Network, LSTM) 模型作为验证期 (2007—2016 年) 的另一个参考模型。验证期 BVC 模型、RF 模型和 LSTM 模型在各水文站不同预见期下径流预测值和观测值的散点图以及线性拟合曲线如图 4 所示。RF 模型和 LSTM 模型的线性拟合曲线随着预见期的延长明显偏离 1:1 线且向右倾斜, 尤其是 3 个月预见期, 表明 RF 模型和 LSTM 模型对径流峰值 (枯期径流) 存在低估 (高估)。此外, 根据性能评价指标  $R^2$ 、NSE 和 RMSE (表 4), 可以发现 RF 模型的预测性能随着预见期的延长衰减较快, 这是因为 RF 模型在预测过程中损失掉了许多重要的预测信息。同样条件下, LSTM 模型的径流预测性能总体上

优于 RF 模型 (表 4)。以红旗站为例, RF 模型由 1 个月预见期 NSE = 0.45 降为 3 个月预见期 NSE = 0.08, 而 LSTM 模型由 1 个月预见期 NSE = 0.62 降为 3 个月预见期 NSE = 0.40。BVC 模型在 1~3 个月预见期下的径流预测值与其对应的观测值之间的散点图均匀地分布在 1:1 线附近, 说明 BVC 模型在各水文站 1~3 个月预见期下的径流预测能力均较强。BVC 模型在 4 个水文站的径流预测性能均明显优于 RF 模型和 LSTM 模型, 且 BVC 模型在各水文站的  $R^2$  均大于等于 0.83、NSE 均大于等于 0.78 且 RMSE 均维持在较低水平 (表 4)。例如, 在 3 个月预见期下, BVC 模型在折桥站的 RMSE 仅为  $6.48 \text{ m}^3/\text{s}$ , 而 RF 模型和 LSTM 模型的 RMSE 却分别增为  $15.53 \text{ m}^3/\text{s}$  和  $10.94 \text{ m}^3/\text{s}$ 。这些结果进一步表明 BVC 模型在 1~3 个月预见期下良好的月径流预测性能, 有

利于提前进行水资源协调配置和规避风险等，可为站点 或流域尺度可靠的径流预测提供理论依据。

表 3 率定期 BVC 模型与 RF 模型在枯水期和汛期径流的预测性能评价

时期 Period	站点 Station	预见期 Lead/月	BVC 模型			RF 模型		
			$R^2$	NSE	RMSE/( $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ )	$R^2$	NSE	RMSE/( $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ )
枯水期 (1—3 月) Driest season (January-March)	唐乃亥 Tangnaihai	1	0.93	0.92	12.98	0.44	0.43	33.90
		2	0.94	0.93	12.09	0.02	-0.73	59.05
		3	0.87	0.85	17.15	0.02	-10.77	154.12
	民和 Minhe	1	0.94	0.92	1.86	0.48	0.47	4.93
		2	0.85	0.84	2.69	0.25	0.15	6.22
		3	0.86	0.86	2.53	0.03	-1.27	10.19
	红旗 Hongqi	1	0.94	0.93	3.68	0.58	0.56	9.55
		2	0.95	0.95	3.26	0.04	-0.40	17.00
		3	0.84	0.82	6.10	0.03	-4.92	34.91
	折桥 Zheqiao	1	0.97	0.97	0.65	0.76	0.69	2.08
		2	0.94	0.94	0.88	0.48	0.35	3.01
		3	0.91	0.91	1.11	0.05	-1.48	5.88
汛期 (7—9 月 或 8— 10 月) Wettest season (July- September or August- October)	唐乃亥 Tangnaihai	1	0.74	0.73	289.67	0.30	0.29	466.29
		2	0.86	0.84	219.63	0.04	-0.02	558.81
		3	0.72	0.68	315.28	0.00	-0.22	611.08
	民和 Minhe	1	0.57	0.12	36.40	0.23	0.22	34.10
		2	0.71	0.65	22.95	0.01	-0.06	39.78
		3	0.83	0.76	19.13	0.05	-0.07	39.94
	红旗 Hongqi	1	0.86	0.86	58.42	0.37	0.37	124.67
		2	0.85	0.85	61.00	0.10	0.07	151.07
		3	0.87	0.87	56.85	0.00	-0.17	169.14
	折桥 Zheqiao	1	0.76	0.66	19.89	0.49	0.48	24.48
		2	0.74	0.61	21.28	0.12	0.11	32.06
		3	0.87	0.84	13.59	0.06	0.00	34.05

注：唐乃亥站和红旗站的汛期为 7—9 月，民和站和折桥站的汛期为 8—10 月。  
Note: The wettest season was in the July-September period at the Tangnaihai and Hongqi stations, while that appeared in the August-October period at the Minhe and Zheqiao stations.

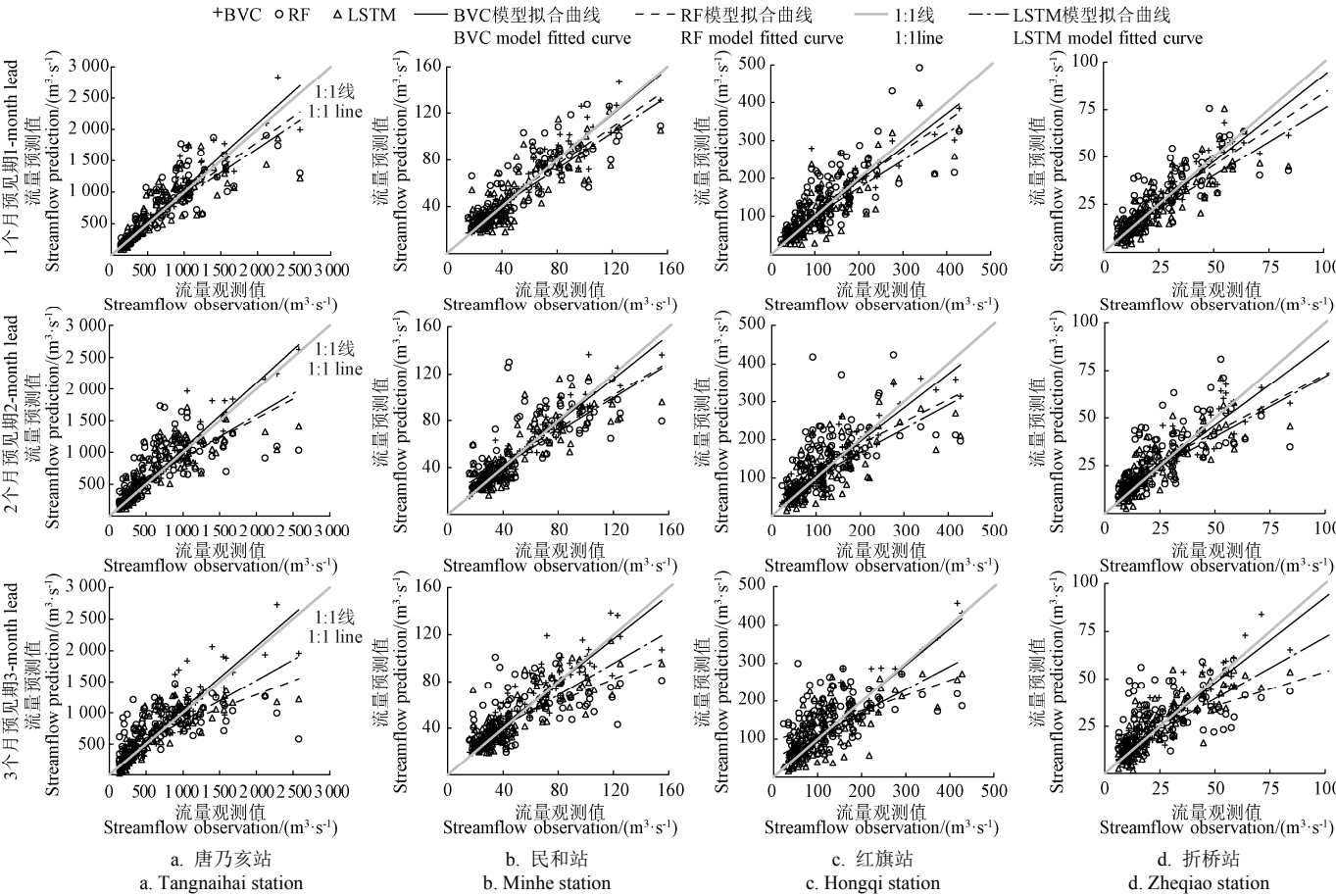


图 4 BVC 模型、随机森林 (RF) 模型和长短期记忆神经网络模型在验证期 (2007—2016 年) 1~3 个月预见期下的径流预测对比  
Fig.4 Comparisons among BVC, RF, and Long Short-Term Memory Neural Network (LSTM) models for streamflow predictions in the 1-3-month lead times during the validation period (2007-2016)

表 4 BVC 模型、RF 模型和 LSTM 模型在验证期的径流预测性能评价

Table 4 Performance assessment among BVC, RF, and LSTM models for streamflow predictions during the validation period

站点 Station	预见期 Lead/月	BVC 模型			RF 模型			LSTM 模型		
		$R^2$	NSE	RMSE/ ( $\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$ )	$R^2$	NSE	RMSE/ ( $\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$ )	$R^2$	NSE	RMSE/ ( $\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$ )
唐乃亥 Tangnaihai	1	0.91	0.88	164.96	0.73	0.71	261.52	0.73	0.73	250.00
	2	0.93	0.91	146.16	0.47	0.41	371.29	0.66	0.65	286.97
	3	0.83	0.78	224.06	0.40	0.39	377.31	0.68	0.66	280.42
民和 Minhe	1	0.92	0.92	8.28	0.72	0.71	15.62	0.73	0.73	14.91
	2	0.93	0.93	7.75	0.56	0.54	19.60	0.71	0.70	15.06
	3	0.86	0.85	11.21	0.40	0.39	22.58	0.68	0.67	16.50
红旗 Hongqi	1	0.86	0.86	28.75	0.57	0.45	56.15	0.63	0.62	46.67
	2	0.86	0.86	28.64	0.34	0.07	73.12	0.48	0.48	54.81
	3	0.88	0.87	27.41	0.26	0.08	73.08	0.41	0.40	58.64
折桥 Zheqiao	1	0.92	0.92	4.88	0.64	0.60	11.11	0.70	0.70	9.62
	2	0.87	0.87	6.42	0.49	0.44	13.22	0.62	0.62	10.86
	3	0.87	0.86	6.48	0.27	0.22	15.53	0.62	0.61	10.94

黄河上游各水文站点位于不同的干支流, 汛期时间不一致, 唐乃亥站和红旗站的汛期为 7—9 月, 民和站和折桥站的汛期为 8—10 月, 这种水文站点集水控制范围内的水文情势变化特点不同, 以及地形等差异可能导致前期的水文气象要素对后期的径流变化影响具有一定的滞后性<sup>[44]</sup>, 从而可能影响模型的预测结果。RF 模型和 LSTM 模型是两类不同类型的算法且均属于黑箱模型。其中, RF 模型是由多个相互独立的决策树组成的集合, 在每次抽样训练时, 只考虑了部分特征分量, 且极值样本可能未被充分抽样, 导致其对极值的模拟预测能力较差。LSTM 模型则是由相互连接(非独立)的神经元组成的网络, 模型中超参数的设置非常关键, 若设置不合理则可能导致预测结果不理想。相较于 RF 模型和 LSTM 模型, 本文构建的 BVC 模型可以给出明确的解析表达式, 一方面可以通过 Vine Copula 模型将变量间存在的依赖关系充分地挖掘出来, 另一方面 BMA 基于贝叶斯理论为不同的 VC 模型集合成员分配合理的权重, 可以最大限度地利用各个 VC 模型的预测信息, 从而作出准确可靠的预测结果。本文仅基于 BVC 模型对黄河流域上游的月径流进行了预测并取得了良好的预测效果, 而 BVC 模型是否适用于其他流域还有待进一步研究。此外, 如何改善和提高短时间尺度上(如日、周、旬尺度)的径流预测精度也值得重点关注。然而, 在实际场景中, 当月、当旬、当周、当日的水文气象数据很难实现近实时获取, 可以考虑使用国家气象科学数据中心提供的陆面数据同化系统(CLDAS-V2.0)实时产品数据集和欧洲中期天气预报中心(European Center for Medium-Range Weather Forecast, ECMWF)提供的数值天气预报产品作为水文气象代理数据实现短预见期近实时订正的径流预测, 但需注意评估由此引入的预测误差。

### 3 结 论

本文利用前期的降水、气温、潜在蒸散发以及径流

作为后期径流的预测因子, 基于贝叶斯模型平均(Bayesian Model Averaging, BMA)结合 Vine Copula 函数提出了一种 BVC (Bayesian model averaging ensemble Vine Copula) 径流预测模型, 并将其应用于黄河流域上游 4 个水文站(唐乃亥站、民和站、红旗站和折桥站) 1~3 个月预见期下的月径流预测, 取得了良好的预测效果, 得到的主要结论如下:

1) BVC 模型在 1~3 个月预见期下很好地预测了不同水文站的月径流变化过程, 可以较为准确地捕捉到各水文站的月径流极值, BVC 模型在枯水期和汛期的  $R^2$  均大于等于 0.57、NSE 均大于等于 0.61 且 RMSE 均维持在较低水平, 且在 3 个月预见期下仍能保持良好的预测性能;

2) 与随机森林(Random Forest, RF)模型和长短期记忆神经网络(Long Short-Term Memory Neural Network, LSTM)模型相比, BVC 模型在各个水文站 1~3 个月预见期下的预测性能评价指标  $R^2$ 、NSE 和 RMSE 均明显优于 RF 模型和 LSTM 模型, 验证期内 BVC 模型的  $R^2$  均大于等于 0.83、NSE 均大于等于 0.78 且 RMSE 均维持在较低水平。

### [参 考 文 献]

- [1] 刘章君, 郭生练, 李天元, 等. 贝叶斯概率洪水预报模型及其比较应用研究[J]. 水利学报, 2014, 45(9): 1019-1028. Liu Zhangjun, Guo Shenglian, Li Tianyuan, et al. Comparative study of Bayesian probabilistic flood forecasting models[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2014, 45(9): 1019-1028. (in Chinese with English abstract)
- [2] 郝丽娜, 栗晓玲, 黄巧玲. 基于小波广义回归神经网络耦合模型的月径流预测[J]. 水力发电学报, 2016, 35(5): 47-54. Hao Lina, Su Xiaoling, Huang Qiaoling. Monthly runoff prediction using wavelet transform and generalized regression neural network model[J]. Journal of Hydroelectric Engineering, 2016, 35(5): 47-54. (in Chinese with English abstract)
- [3] 郭生练, 郭家力, 侯雨坤, 等. 基于 Budyko 假设预测长江流域未来径流量变化[J]. 水科学进展, 2015, 26(2): 151-160. Guo Shenglian, Guo Jiali, Hou Yukun, et al. Prediction of future runoff change based on Budyko hypothesis in Yangtze River basin[J]. Advances in Water Science, 2015, 26(2): 151-160. (in Chinese with English abstract)
- [4] 王子龙, 何馨, 姜秋香, 等. 气候变化下东北中等流域冬季径流模拟和预测[J]. 水科学进展, 2020, 31(4): 575-582. Wang Zilong, He Xin, Jiang Qiuxiang, et al. Simulation and forecast of winter runoff in medium basin of Northeast China under climate change[J]. Advances in Water Science, 2020, 31(4): 575-582. (in Chinese with English abstract)
- [5] 田晶, 郭生练, 刘德地, 等. 气候与土地利用变化对汉江流域径流的影响[J]. 地理学报, 2020, 75(11): 2307-2318. Tian Jing, Guo Shenglian, Liu Dedi, et al. Impacts of climate and land use/cover changes on runoff in the Hanjiang River

- basin[J]. *Acta Geographica Sinica*, 2020, 75(11): 2307-2318. (in Chinese with English abstract)
- [6] 贾路, 任宗萍, 李占斌, 等. 基于耦合协调度的大理河流域径流和输沙关系分析[J]. *农业工程学报*, 2020, 36(11): 86-94.
- Jia Lu, Ren Zongping, Li Zhanbin, et al. Relationship between runoff and sediment load in Dali River Basin based on coupling coordination degree[J]. *Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering (Transactions of the CSAE)*, 2020, 36(11): 86-94. (in Chinese with English abstract)
- [7] Wu J F, Chen X H, Yao H X, et al. Hydrological drought instantaneous propagation speed based on the variable motion relationship of speed - time process[J]. *Water Resources Research*, 2018, 54(11): 9549-9565.
- [8] Liu Z Y, Cheng L Y, Hao Z C, et al. A framework for exploring joint effects of conditional factors on compound floods[J]. *Water Resources Research*, 2018, 54(4): 2681-2696.
- [9] Bevacqua E, Maraun D, Hobæk H I, et al. Multivariate statistical modelling of compound events via pair-copula constructions: analysis of floods in Ravenna (Italy)[J]. *Hydrology and Earth System Sciences*, 2017, 21(6): 2701-2723.
- [10] 刘江涛, 徐宗学, 赵焕, 等. 基于改进降水输入模块的融雪径流模拟: 以拉萨河为例[J]. *水利学报*, 2018, 49(11): 1396-1408.
- Liu Jiangtao, Xu Zongxue, Zhao Huan, et al. Simulation of snowmelt runoff processes based on enhanced precipitation input module: Case studies in the Lhasa River basin[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2018, 49(11): 1396-1408. (in Chinese with English abstract)
- [11] Zhang B E, Wang S, Wang Y M. Probabilistic projections of multidimensional flood risks at a convection-permitting scale[J]. *Water Resources Research*, 2021, 57(1): e2020WR028582.
- [12] 杨肖丽, 李文婷, 任立良, 等. 渭河流域蓝绿水对土地利用变化的响应模拟[J]. *农业工程学报*, 2021, 37(11): 268-276.
- Yang Xiaoli, Li Wenting, Ren Liliang, et al. Simulation of the response of blue and green water to land use change in the Weihe River Basin[J]. *Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering (Transactions of the CSAE)*, 2021, 37(11): 268-276. (in Chinese with English abstract)
- [13] Liu Z Y, Cheng L Y, Lin K Y, et al. A hybrid bayesian vine model for water level prediction[J]. *Environmental Modelling & Software*, 2021, 142: 105075.
- [14] 郝增超, 侯爱中, 张璇, 等. 干旱监测与预报研究进展与展望[J]. *水利水电技术*, 2020, 51(11): 30-40.
- Hao Zengchao, Hou Aizhong, Zhang Xuan, et al. Research progresses and prospects of drought monitoring and prediction[J]. *Water Resources and Hydropower Engineering*, 2020, 51(11): 30-40. (in Chinese with English abstract)
- [15] 胡义明, 陈腾, 罗序义, 等. 基于机器学习模型的淮河流域中长期径流预报研究[J]. *地学前缘*, 2022, 29(3): 284-291.
- Hu Yiming, Chen Teng, Luo Xuyi, et al. Medium to long term runoff forecast for the Huai River Basin based on machine learning algorithm[J]. *Earth Science Frontiers*, 2022, 29(3): 284-291. (in Chinese with English abstract)
- [16] 梁浩, 黄生志, 孟二浩, 等. 基于多种混合模型的径流预测研究[J]. *水利学报*, 2020, 51(1): 112-125.
- Liang Hao, Huang Shengzhi, Meng Erhao, et al. Runoff prediction based on multiple hybrid models[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2020, 51(1): 112-125. (in Chinese with English abstract)
- [17] 张轩, 张行南, 王高旭, 等. 长江上游水库入库流量的中长期预报[J]. *水资源保护*, 2022, 38(4): 131-136, 165.
- Zhang Xuan, Zhang Xingnan, Wang Gaoxu, et al. Medium and long term forecast of reservoir inflow in upper reaches of the Yangtze River[J]. *Water Resources Protection*, 2022, 38(4): 131-136, 165. (in Chinese with English abstract)
- [18] 范宏翔, 何菡丹, 徐力刚, 等. 基于长短记忆模型的鄱阳湖流域径流模拟及其演变的归因分析[J]. *湖泊科学*, 2021, 33(3): 866-878.
- Fan Hongxiang, He Handan, Xu Ligang, et al. Simulation and attribution analysis based on the long-short-term-memory network for detecting the dominant cause of runoff variation in the Lake Poyang Basin[J]. *Journal of Lake Sciences*, 2021, 33(3): 866-878. (in Chinese with English abstract)
- [19] Yaseen Z M, Ebtehaj I, Bonakdari H, et al. Novel approach for streamflow forecasting using a hybrid ANFIS-FFA model[J]. *Journal of Hydrology*, 2017, 554: 263-276.
- [20] 王婕, 张建云, 鲍振鑫, 等. 粮食产量对气候变化驱动水资源变化的响应[J]. *水科学进展*, 2021, 32(6): 855-866.
- Wang Jie, Zhang Jianyun, Bao Zhenxin, et al. Response of grain yield to climate change driving water resources change[J]. *Advances in Water Science*, 2021, 32(6): 855-866. (in Chinese with English abstract)
- [21] Wang L L, Li X, Ma C F, et al. Improving the prediction accuracy of monthly streamflow using a data-driven model based on a double-processing strategy[J]. *Journal of Hydrology*, 2019, 573: 733-745.
- [22] 袁喆, 杨志勇, 史晓亮, 等. 灰色微分动态自记忆模型在径流模拟及预测中的应用[J]. *水利学报*, 2013, 44(7): 791-799.
- Yuan Zhe, Yang Zhiyong, Shi Xiaoliang, et al. Differential hydrological grey self-memory model for runoff simulation and prediction[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2013, 44(7): 791-799. (in Chinese with English abstract)
- [23] 李红芳, 王会肖, 赵茹欣, 等. 基于 Copula 函数的水-能源-粮食共生安全风险概率[J]. *农业工程学报*, 2021, 37(8): 332-340.
- Li Hongfang, Wang Huixiao, Zhao Ruxin, et al. Estimating the symbiosis risk probability of water-energy-food using Copula function[J]. *Transactions of the Chinese Society of*

- Agricultural Engineering (Transactions of the CSAE), 2021, 37(8): 332-340. (in Chinese with English abstract)
- [24] 李莱, 曹凯华, 付强, 等. 不确定条件下考虑水循环过程的灌区多水源高效配置[J]. 农业工程学报, 2021, 37(18): 62-73.  
Li Mo, Cao Kaihua, Fu Qiang, et al. Efficient allocation of multiple water sources in irrigation areas considering water cycle process under uncertainty[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering (Transactions of the CSAE), 2021, 37(18): 62-73. (in Chinese with English abstract)
- [25] 郭爱军, 畅建霞, 王义民, 等. 考虑水库来水过程关联性的多维随机动态规划算法[J]. 农业工程学报, 2022, 38(2): 139-148.  
Guo Aijun, Chang Jianxia, Wang Yimin, et al. Multi-dimensional stochastic dynamic programming algorithms considering the relevancy between streamflow and water demand[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering (Transactions of the CSAE), 2022, 38(2): 139-148. (in Chinese with English abstract)
- [26] Wang W Z, Dong Z C, Lall U, et al. Monthly streamflow simulation for the headwater catchment of the yellow river basin with a hybrid statistical - dynamical model[J]. Water Resources Research, 2019, 55(9): 7606-7621.
- [27] Wu H J, Su X L, Singh V P, et al. Agricultural drought prediction based on conditional distributions of Vine Copulas[J]. Water Resources Research, 2021, 57(8): e2021WR029562.
- [28] Sarhadi A, Burn D H, Concepción A M, et al. Time-varying nonstationary multivariate risk analysis using a dynamic Bayesian copula[J]. Water Resources Research, 2016, 52(3): 2327-2349.
- [29] Long D, Pan Y, Zhou J, et al. Global analysis of spatiotemporal variability in merged total water storage changes using multiple GRACE products and global hydrological models[J]. Remote Sensing of Environment, 2017, 192: 198-216.
- [30] Duan Q Y, Pappenberger F, Wood A, et al. Handbook of Hydrometeorological Ensemble Forecasting[M]. Berlin: Springer, 2019.
- [31] 董磊华, 熊立华, 万民. 基于贝叶斯模型加权平均方法的水文模型不确定性分析[J]. 水利学报, 2011, 42(9): 1065-1074.  
Dong Leihua, Xiong Lihua, Wan Min. Uncertainty analysis of hydrological modeling using the Bayesian Model Averaging Method[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2011, 42(9): 1065-1074. (in Chinese with English abstract)
- [32] 张更喜, 栗晓玲, 刘文斐. 考虑 CO<sub>2</sub> 浓度影响的中国未来干旱趋势变化[J]. 农业工程学报, 2021, 37(1): 84-91.  
Zhang Gengxi, Su Xiaoling, Liu Wenfei. Future drought trend in China considering CO<sub>2</sub> concentration[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering (Transactions of the CSAE), 2021, 37(1): 84-91. (in Chinese with English abstract)
- [33] Xu Y, Gao X J, Shen Y, et al. A daily temperature dataset over China and its application in validating a RCM simulation[J]. Advances in Atmospheric Sciences, 2009, 26(4): 763-772.
- [34] 吴佳, 高学杰. 一套格点化的中国区域逐日观测资料及与其它资料的对比[J]. 地球物理学报, 2013, 56(4): 1102-1111.  
Wu Jia, Gao Xuejie. A gridded daily observation dataset over China region and comparison with the other datasets[J]. Chinese Journal Geophysics, 2013, 56(4): 1102-1111. (in Chinese with English abstract)
- [35] Monteith J L. Evaporation and environment[J]. Symposia of the Society for Experimental Biology, 1965, 19: 205-234.
- [36] Pourghasemi H R, Yousefi S, Kornejady A, et al. Performance assessment of individual and ensemble data-mining techniques for gully erosion modeling[J]. Science of the Total Environment, 2017, 609: 764-775.
- [37] Sklar A. Fonctions de répartition à dimensions et leurs marges[J]. Publications de l'Institut de Statistique de l'Université de Paris, 1959, 8: 229-231.
- [38] Aas K, Czado C, Frigessi A, et al. Pair-copula constructions of multiple dependence[J]. Insurance: Mathematics and Economics, 2009, 44(2): 182-198.
- [39] Bevacqua E. CDVineCopulaConditional: Sampling from conditional C- and D-vine copulas, R package: Version 0. 1. 1[R/OL]. CRAN. (2017-07-28) [2021-10-10]. <https://CRAN.R-project.org/package=CDVineCopulaConditional>.
- [40] Xiong L H, Yu K X, Gottschalk L. Estimation of the distribution of annual runoff from climatic variables using copulas[J]. Water Resources Research, 2014, 50(9): 7134-7152.
- [41] Chen X H, Koenker R, Xiao Z J. Copula-based nonlinear quantile autoregression[J]. Econometrics Journal, 2009, 12: 50-67.
- [42] 金君良, 舒章康, 陈敏, 等. 基于数值天气预报产品的气象水文耦合径流预报[J]. 水科学进展, 2019, 30(3): 316-325.  
Jin Junliang, Shu Zhangkang, Chen Min, et al. Meteo-hydrological coupled runoff forecasting based on numerical weather prediction products[J]. Advances in Water Science, 2019, 30(3): 316-325. (in Chinese with English abstract)
- [43] Fraley C, Raftery A E, Slougher J M, et al. EnsembleBMA: Probabilistic Forecasting using Ensembles and Bayesian Model Averaging, R package: Version 5. 1. 8[R/OL]. CRAN, (2022-09-22) [2021-10-10]. <https://CRAN.R-project.org/package=ensembleBMA>
- [44] 祁继霞, 栗晓玲, 张更喜, 等. VMD-LSTM 模型对不同预见期月径流的预测研究[J]. 干旱地区农业研究, 2022, 40(6): 258-267.  
Qi Jixia, Su Xiaoling, Zhang Gengxi, et al. Research on monthly runoff prediction of VMD-LSTM model in different forecast periods[J]. Agricultural Research in the Arid Areas, 2022, 40(6): 258-267. (in Chinese with English abstract)

## Prediction and application of monthly streamflow based on Vine Copula coupled Bayesian model averaging

Wu Haijiang<sup>1,2</sup>, Su Xiaoling<sup>1,2\*</sup>, Qi Jixia<sup>2</sup>, Zhang Te<sup>2</sup>, Zhu Xingyu<sup>2</sup>, Wu Lianzhou<sup>2</sup>

(1. Key Laboratory of Agricultural Soil and Water Engineering in Arid and Semiarid Areas, Ministry of Education, Northwest A & F University, Yangling 712100, China; 2. College of Water Resources and Architectural Engineering, Northwest A&F University, Yangling 712100, China)

**Abstract:** Streamflow (channel runoff) is one of the paramount components in the hydrological cycle from the land to waterbodies. Reliable prediction of monthly streamflow in the long lead time is of great significance for the water resource allocation, flood defense, drought mitigation, and ecological environment. The streamflow over time is closely related to precipitation, temperature, potential evapotranspiration, and antecedent streamflow. Fortunately, vine copulas can easily establish the multivariate distribution function by decomposing multidimensional variables into pair copula constructions. And, the Bayesian Model Averaging (BMA) provides outstanding advantages in multi-model ensemble prediction. In this study, a novel streamflow prediction model was proposed to integrate the multiple vine copula models with BMA, (i.e., Bayesian model averaging ensemble Vine Copula (BVC) model). The monthly streamflow predictions of Tangnaihai, Minhe, Hongqi, and Zheqiao hydrological stations in the upstream of Yellow River basin were selected as four cases. The spatial average of precipitation, temperature, and potential evapotranspiration data were calculated across the watershed controlled by each hydrological station. The precipitation, temperature, potential evapotranspiration, and streamflow in each month were firstly fitted with the best marginal distribution functions from the pool of Normal, Gamma, Weibull, and Log-Normal functions. The vine copulas model was leveraged to couple these variables (incorporated four explainable variables and a predicted variable) under five-dimensional situations. The BMA was then employed to combine the streamflow predictions of these candidate vine copula models to reduce the uncertainties caused by distinct variable ordering of individual vine copula model. Finally, the Random Forest (RF) model and the Long Short-Term Memory neural network (LSTM) model were adopted as two reference models. The results show that the best-fitted marginal distributions for precipitation, temperature, potential evapotranspiration, and streamflow were Gamma, Normal, Weibull, and Log-Normal based on the chi-square test, respectively. The minimum coefficient of the determination ( $R^2$ ) (Nash-Sutcliffe Efficiency coefficient (NSE)) was all above 0.83 (0.78) and the Root Mean Squared Error (RMSE) was all sustained at a lower level for the 1-3-month lead streamflow predictions using the BVC model during the validation period (1963-2006). Compared with the RF model, the BVC model greatly was captured the variations in the monthly streamflow at these hydrological stations, especially for the extreme streamflow. The prediction performances of BVC and RF models were further evaluated by leveraging the precipitation, temperature, potential evapotranspiration, and streamflow time series over the driest and wettest seasons (corresponding to the average lowest and highest streamflow of three consecutive months during 1963-2006, respectively). Among them, the driest season was found in the January-March period at four hydrological stations; the wettest season was in the July-September period at the Tangnaihai and Hongqi hydrological stations, whereas the Minhe and Zheqiao hydrological stations were found in the August-October period. Similarly, in comparison with the RF model, the BVC model yielded a better performance for streamflow predictions with 1-3-month lead times during the driest and wettest seasons, and the minimum  $R^2$  (NSE) values all exceeded 0.57 (0.61). Moreover, the BVC model also outperformed the RF and LSTM models for the 1-3-month lead times during the validation period (2007-2016), in terms of  $R^2$ , NSE, and RMSE. The findings can provide a theoretical framework for streamflow prediction, and can serve as a guidance for water resources management and risk assessment.

**Keywords:** water resource; machine learning; streamflow; prediction; Bayesian model averaging; Vine Copula; the Yellow River basin